

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015
ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ-ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **A1-A4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.

A1. Στη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση, το πλάτος της σύνθεσης ταλάντωσης είναι

- α.** σε κάθε περίπτωση σταθερό
- β.** σε κάθε περίπτωση ίσο με το άθροισμα του πλάτους των δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων
- γ.** σε κάθε περίπτωση μηδέν
- δ.** αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

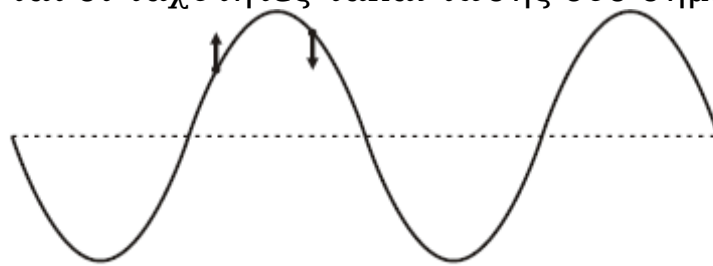
Μονάδες 5

A2. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος $\frac{\Delta i}{\Delta t}$ σε κύκλωμα αμείωτων ηλεκτρικών ταλαντώσεων L-C είναι μέγιστος, όταν

- α.** η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου είναι μηδέν
- β.** η ένταση του ρεύματος στη κύκλωμα είναι μέγιστη
- γ.** το φορτίο στον πυκνωτή είναι μηδέν
- δ.** η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου.

Μονάδες 5

A3. Στο στιγμιότυπο αρμονικού μηχανικού κύματος του **Σχήματος 1**, παριστάνονται οι ταχύτητες ταλάντωσης δύο σημείων του.



Σχήμα 1

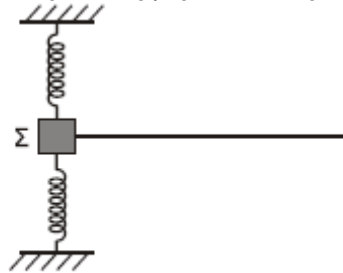
Το κύμα

- α.** διαδίδεται προς τα αριστερά
- β.** διαδίδεται προς τα δεξιά
- γ.** είναι στάσιμο
- δ.** μπορεί να διαδίδεται και προς τις δύο κατευθύνσεις (δεξιά ή αριστερά)

Μονάδες 5

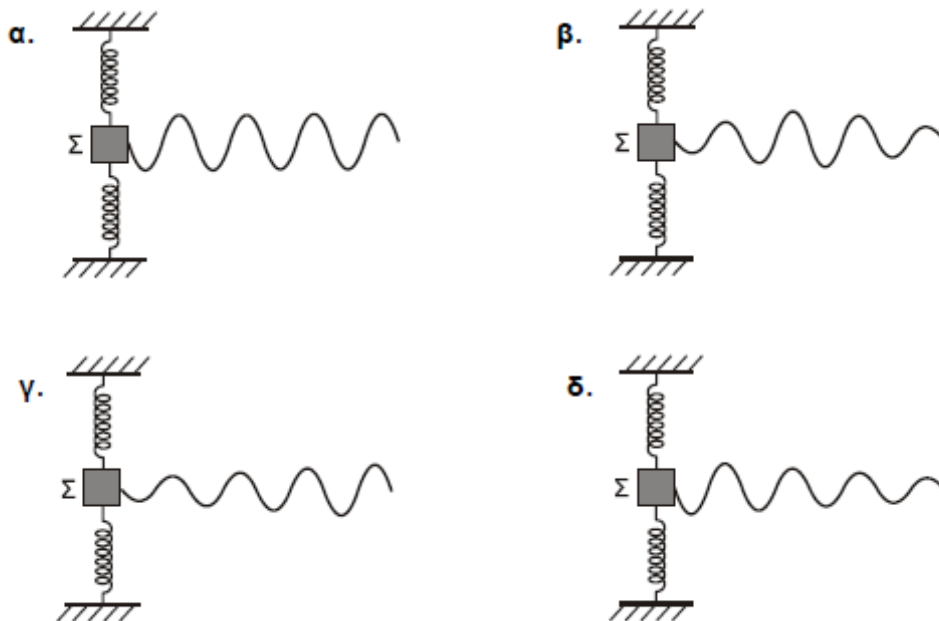
**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**

A4. Το **Σχήμα 2** παριστάνει σώμα Σ συνδεδεμένο με δύο ελατήρια και εκτελεί φθίνουσα αρμονική ταλάντωση. Το σύστημα είναι τοποθετημένο σε οριζόντιο επίπεδο. Επιπλέον, το σώμα Σ είναι συνδεδεμένο με οριζόντια ελαστική χορδή κατά μήκος της οποίας διαδίδεται μηχανικό κύμα με πηγή το σώμα Σ .



Σχήμα 2

Να επιλέξετε τη σωστή εκδοχή του **Σχήματος 3 (α-δ)** που περιγράφει το στιγμιότυπο του κύματος που διαδίδεται στη χορδή:



Σχήμα 3

Μονάδες 5

A5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, και τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Σε εξαναγκασμένη ταλάντωση που βρίσκεται σε συντονισμό, το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται, όταν διπλασιαστεί η συχνότητα του διεγέρτη.

β. Η πηγή έχει τη μεγαλύτερη φράση από τη φράση όλων των σημείων ενός αρμονικού κύματος.

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**

γ. Στην επιφάνεια υγρού δύο σύμφωνες πηγές Π_1 και Π_2 εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση, οπότε στα σημεία του υγρού συμβάλλουν αρμονικά κύματα. Τα σημεία μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ παραμένουν συνεχώς ακίνητα.

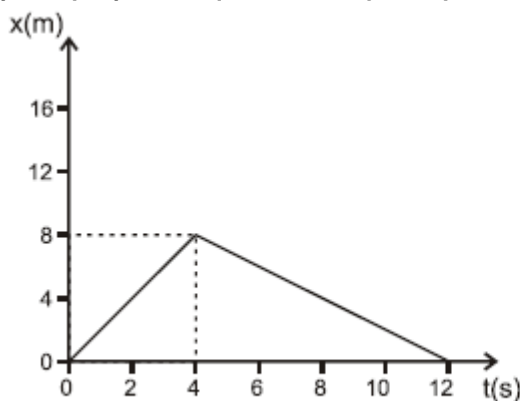
δ. Τα διανύσματα των εντάσεων του ηλεκτρικού πεδίου και του μαγνητικού πεδίου ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι παράλληλα.

ε. Η σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Doppler για το φως είναι διαφορετική από αυτήν που ισχύει για τον ήχο.

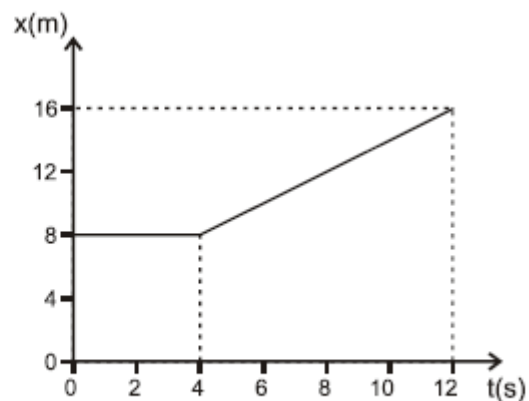
Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες m_1 και m_2 συγκρούονται κεντρικά σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η θέση x κάθε σώματος στην ευθεία γραμμή, που τα ενώνει, μετρίεται από κοινή αρχή. Η γραφική παράσταση της θέσης του σώματος m_1 φαίνεται στο **Σχήμα 4** και του σώματος m_2 στο **Σχήμα 5**. Δίνεται ότι $m_1=1\text{kg}$ και ότι η διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων κατά την κεντρική κρούση είναι αμελητέα.



Σχήμα 4



Σχήμα 5

Η κρούση των δύο σωμάτων είναι

- i. ελαστική
- ii. ανελαστική
- iii. πλαστική.

α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 6)

Μονάδες 8

Β2. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο (1) δημιουργείται στάσιμο κύμα έτσι ώστε το ένα άκρο του μέσου να είναι δεσμός και το άλλο άκρο να είναι κοιλιά. Μεταξύ των δύο άκρων υπάρχουν άλλοι 5 δεσμοί. Σε ένα δεύτερο ελαστικό μέσο (2) από το ίδιο υλικό αλλά με διπλάσιο μήκος από το πρώτο, δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα, έτσι ώστε και τα δύο άκρα του δεύτερου μέσου να είναι δεσμοί. Μεταξύ των δύο άκρων του δεύτερου μέσου υπάρχουν άλλοι οχτώ

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**

δεσμοί. Ο λόγος των συχνοτήτων ταλάντωσης των δύο μέσων είναι

i. $\frac{f_1}{f_2} = \frac{11}{9}$

ii. $\frac{f_1}{f_2} = \frac{2}{3}$

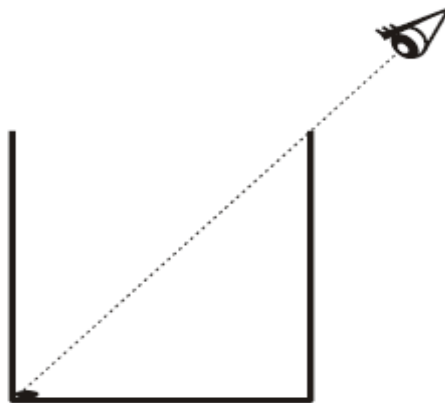
iii. $\frac{f_1}{f_2} = \frac{9}{11}$

α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

β. Να δικαιολογήστε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

B3. Στο άκρο ενός δοχείου **κυβικού** σχήματος τοποθετείται μικρό νόμισμα αμελητέων διαστάσεων. Ένας παρατηρητής βλέπει «οριακά» το νόμισμα από τη θέση που βρίσκεται έξω από το δοχείο, όπως απεικονίζεται στο **Σχήμα 6**. Στη συνέχεια, γεμίζουμε το δοχείο με υγρό **μέχρι το μέσο του**, οπότε ο παρατηρητής βλέπει πάλι «οριακά», χωρίς να αλλάξει τη θέση του ματιού του, το νόμισμα μετατοπισμένο κατά απόσταση ίση με το $\frac{1}{4}$ του μήκους της βάσης του δοχείου.



Σχήμα 6

Το τετράγωνο του δείκτη διάθλασης του υγρού που προστέθηκε στο δοχείο είναι

i. $n^2 = \frac{13}{8}$

ii. $n^2 = \frac{5}{2}$

iii. $n^2 = 2$

α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

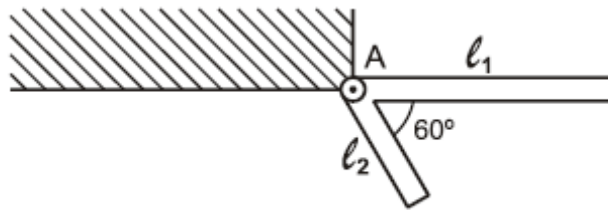
β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Μονάδες 9

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**

ΘΕΜΑ Γ

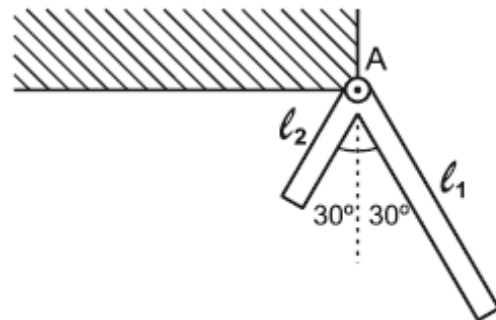
Δύο ράβδοι είναι συνδεδεμένες στο άκρο τους Α και σχηματίζουν σταθερή γωνία 60° μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 7**. Οι ράβδοι είναι διαφορετικές μεταξύ τους, αλλά κάθε μία είναι ομογενής. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άρθρωση, που είναι στερεωμένη σε τοίχο, στο άκρο Α, χωρίς τριβές. Το σύστημα αφήνεται να περιστραφεί υπό την επίδραση της βαρύτητας από τη θέση του **Σχήματος 7**, όπου η ράβδος l_1 είναι οριζόντια, με αρχική ταχύτητα μηδέν.



Σχήμα 7

Δίνεται ότι τα μήκη των δύο ράβδων είναι $l_1 = 4\text{m}$ και $l_2 = 2\text{m}$, ενώ η μάζα της ράβδου l_2 είναι $m_2 = 10\text{kg}$.

Γ1. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 της ράβδου μήκους l_1 , εάν το σύστημα αποκτά τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα τη χρονική στιγμή που οι δύο ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 8**.

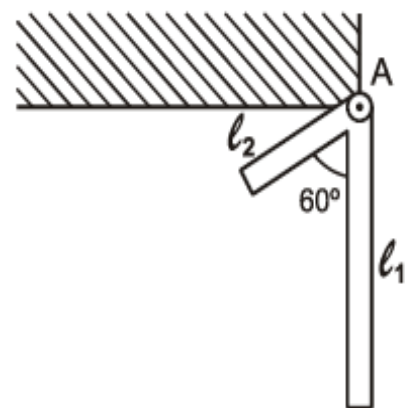


Σχήμα 8

Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 της ράβδου μήκους l_1 , εάν το σύστημα σταματά στιγμιαία, όταν η ράβδος μήκους l_1 φτάνει στην κατακόρυφη θέση που φαίνεται στο **Σχήμα 9**.

Μονάδες 7



Σχήμα 9

Γ3. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος των δύο ράβδων του ερωτήματος Γ2 στη θέση που απεικονίζει στο **Σχήμα 9**

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**

Μονάδες 7

Γ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου μήκους l_2 του ερωτήματος Γ2 στη θέση που απεικονίζεται στο Σχήμα 9.

Μονάδες 6

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, η ροπή αδρανείας ράβδου μήκους l και μάζας m που περιστρέφεται γύρω από το άκρο της Α, $I_A = \frac{1}{3}ml^2$, και ότι $\sqrt{3}=1,7$ (προσεγγιστικά).

ΘΕΜΑ Δ

Ομογενής τροχαλία ισορροπεί έχοντας το νήμα τυλιγμένο γύρω της πολλές φορές. Η μία άκρη του νήματος είναι στερεωμένη στην οροφή Ο και η άλλη στο σώμα Σ, το οποίο ισορροπεί κρεμασμένο από κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K=40\text{N/m}$, που είναι στερεωμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 10**.

Η μάζα της τροχαλίας είναι $M=1,6\text{kg}$, η ακτίνα της $R=0,2\text{m}$. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό της και οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας, της δίνεται από τη

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

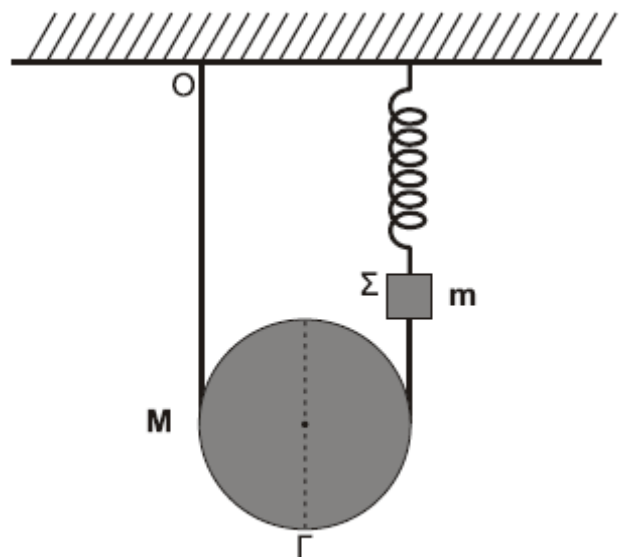
σχέση .

Το σώμα Σ θεωρείται σημειακό αντικείμενο μάζας $m=1,44\text{kg}$. Το νήμα και το ελατήριο έχουν αμελητέες μάζες.

Δ1. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ.

Μονάδες 6

Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει την τροχαλία με το σώμα Σ, και το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η στιγμιαία ταχύτητα του σώματος Σ, για πρώτη φορά, το κέντρο μάζας της τροχαλίας έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά απόσταση h . Η



Σχήμα 10

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**

αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δ2. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη μετατόπιση h της τροχαλίας.

Μονάδες 7

Δ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ότι η τιμή $t=0s$ αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή που κόπηκε το νήμα και ότι η φορά απομάκρυνσης του σώματος Σ προς τα πάνω είναι θετική.

Μονάδες 7

Δ4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κάτω άκρου Γ της τροχαλίας, όταν το κέντρο μάζας της τροχαλίας έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά απόσταση h .

Μονάδες 5

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$, $\pi=\sqrt{10}$ και $\pi^2=10$ (προσεγγιστικά).

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. α

A2. α

A3. α

A4. γ

A5. α. Λάθος

β. Σωστή

γ. Λάθος

δ. Λάθος

ε. Σωστή

ΘΕΜΑ Β

B1.A. Σωστή επιλογή είναι η **i**.

B. Από τις τιμές που παίρνουμε από τα διαγράμματα $x - t$, για τα δύο σώματα έχουμε:

Πριν την κρούση

Σώμα μάζας m_1 : $v_1 = (8 - 0) / (4 - 0) \Rightarrow v_1 = 2 \text{ m / s}$.

Σώμα μάζας m_2 : $v_2 = 0 \text{ m / s}$.

Μετά την κρούση

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**

Σώμα μάζας m_1 : $v_1' = (0 - 8) / (12 - 4) \Rightarrow v_1' = -1 \text{ m/s}$.

Σώμα μάζας m_2 : $v_2' = (16 - 8) / (12 - 4) \Rightarrow v_2' = 1 \text{ m/s}$.

Η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$P_{\text{ολ,πριν}} = P_{\text{ολ,μετά}} \Rightarrow m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \Rightarrow$$

$$1 \cdot (+2) + m_2 \cdot 0 = 1 \cdot (-1) + m_2 \cdot (+1) \Rightarrow 2 = -1 + m_2 \Rightarrow m_2 = 3 \text{ kg}.$$

Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων πριν την κρούση, είναι:

$$K_{\text{ολ,πριν}} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \Rightarrow K_{\text{ολ,πριν}} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 0 \Rightarrow K_{\text{ολ,πριν}} = 2 \text{ joule}.$$

Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετά την κρούση, είναι :

$$K_{\text{ολ,μετά}} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2'^2 \Rightarrow K_{\text{ολ,μετά}} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (-1)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1^2 \Rightarrow K_{\text{ολ,μετά}} = 2 \text{ joule}.$$

B2. Α. Σωστή επιλογή είναι η **i**.

B. Το μήκος του γραμμικού ελαστικού μέσου (1):

$$L_1 = 5 \cdot (\lambda_1 / 2) + (\lambda_1 / 4) \Rightarrow L_1 = 11 \cdot \lambda_1 / 4 \dots \text{(I)}.$$

Το μήκος του γραμμικού ελαστικού μέσου (2):

$$L_2 = 9 \cdot (\lambda_2 / 2).$$

$$\text{Ισχύει: } L_2 = 2 \cdot L_1 \Rightarrow L_1 = L_2 / 2 \Rightarrow L_1 = 9 \cdot (\lambda_2 / 2) / 2 \Rightarrow L_1 = 9 \cdot \lambda_2 / 4 \dots \text{(II)}.$$

Στις σχέσεις (I) και (II), τα πρώτα μέλη είναι ίσα, άρα:

$$11 \cdot \lambda_1 / 4 = 9 \cdot \lambda_2 / 4 \Rightarrow 11 \cdot \lambda_1 = 9 \cdot \lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 / \lambda_1 = 11 / 9 \dots \text{(III)}.$$

$$\text{Ισχύει: } v = \lambda_1 \cdot f_1 \Rightarrow \lambda_1 = v / f_1.$$

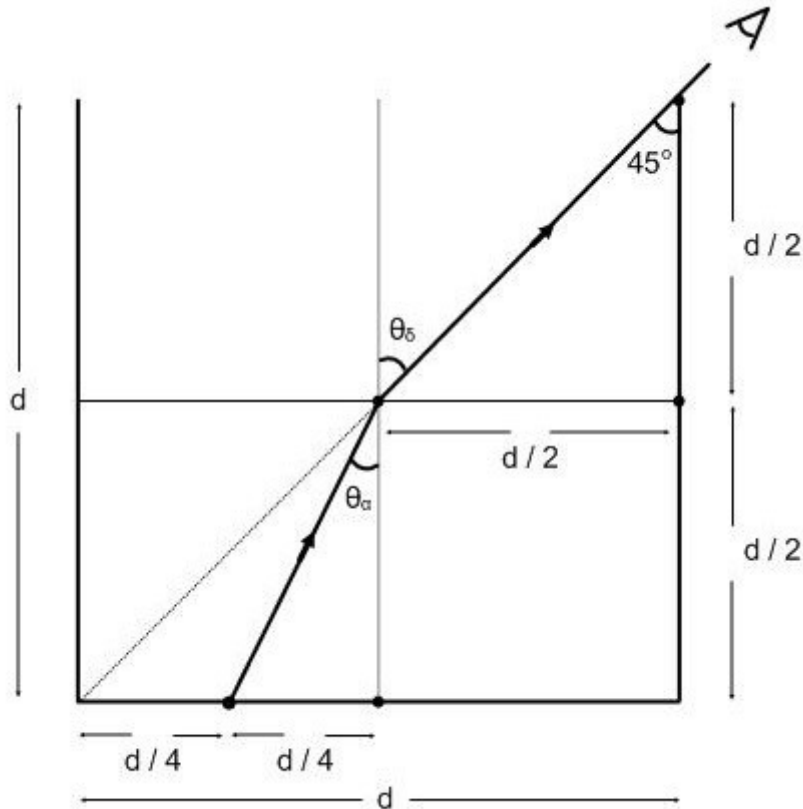
$$\text{Επίσης: } v = \lambda_2 \cdot f_2 \Rightarrow \lambda_2 = v / f_2.$$

$$\text{Από την σχέση (III): } (v / f_2) / (v / f_1) = 11 / 9 \Rightarrow f_1 / f_2 = 11 / 9.$$

B3. Α. Σωστή επιλογή είναι η **ii**.

B.

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**



Ο νόμος του Snell:

$$\eta\mu \theta_{\alpha} / \eta\mu \theta_{\delta} = n_{\text{αέρα}} / n_{\text{υγρού}} \Rightarrow$$

$$\{(d/4) / \sqrt{[(d/2)^2 + (d/4)^2]}\} / \eta\mu 45^{\circ} = 1 / n_{\text{υγρού}} \Rightarrow$$

(ο ορισμός του ημίτονου μας δίνει το πρώτο μέλος ενώ το πυθαγόρειο θεώρημα μας δίνει τον παρονομαστή : $(d/2)^2 + (d/4)^2$),

$$\{(d^2/16) / \sqrt{(d^2/4) + (d^2/16)}\} / (\sqrt{2}/2) = 1 / n_{\text{υγρού}}^2 \Rightarrow$$

$$4 \cdot (d^2/16) / [(d^2/2) + (d^2/8)] = 1 / n_{\text{υγρού}}^2 \Rightarrow$$

$$(d^2/4) / [5 \cdot (d^2/8)] = 1 / n_{\text{υγρού}}^2 \Rightarrow$$

$$8 / (5 \cdot 4) = 1 / n_{\text{υγρού}}^2 \Rightarrow$$

$$8 / 20 = 1 / n_{\text{υγρού}}^2 \Rightarrow$$

$$n_{\text{υγρού}}^2 = 20 / 8 \Rightarrow$$

$$n_{\text{υγρού}}^2 = 5 / 2.$$

ΘΕΜΑ Γ

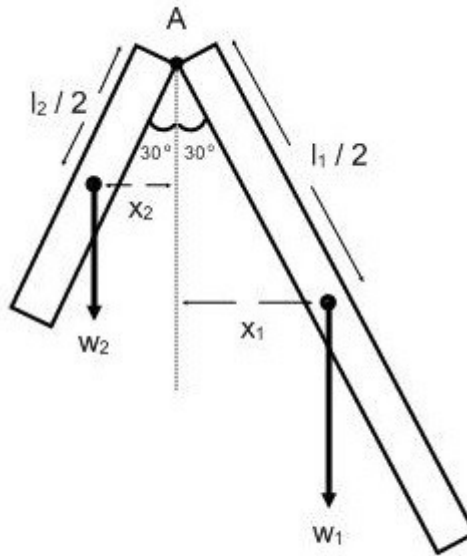
Γ1.

Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα στο σύστημα των δύο ράβδων παρουσιάζεται όταν η γωνιακή επιτάχυνση μηδενίζεται $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 0$.

Από το θεμελιώδη νόμο της στροφορμής $\Sigma\tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$

αφού $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 0$,

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**



$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow$$

$$\tau_{w1} + \tau_{w2} = 0 \Rightarrow$$

$$+ w_1 \cdot x_1 - w_2 \cdot x_2 = 0 \Rightarrow$$

$$[\text{ισχύει : } x_1 = (l_1 / 2) \cdot \eta\mu 30^\circ \text{ και } x_2 = (l_2 / 2) \cdot \eta\mu 30^\circ]$$

$$+ w_1 \cdot (l_1 / 2) \cdot \eta\mu 30^\circ - w_2 \cdot (l_2 / 2) \cdot \eta\mu 30^\circ = 0 \Rightarrow$$

$$m_1 \cdot g \cdot (l_1 / 2) \cdot \eta\mu 30^\circ = m_2 \cdot g \cdot (l_2 / 2) \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow$$

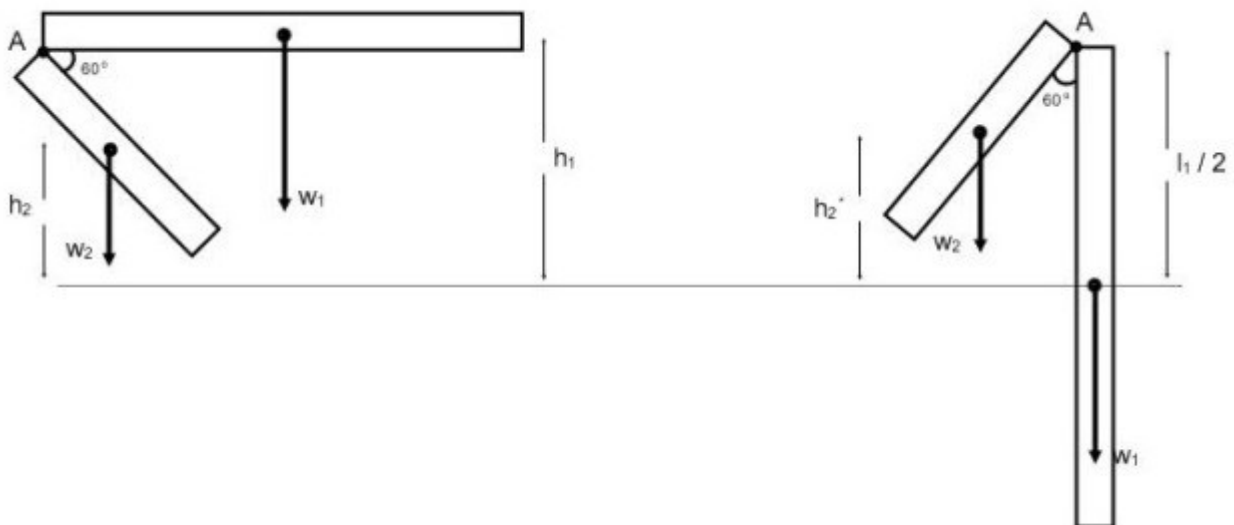
$$m_1 \cdot l_1 = m_2 \cdot l_2 \Rightarrow$$

$$m_1 = m_2 \cdot l_2 / l_1 \Rightarrow$$

$$m_1 = 10 \cdot 2 / 4 \Rightarrow$$

$$m_1 = 5 \text{ kg} .$$

Γ2.



Από το σχήμα έχουμε: $h_1 = l_1 / 2$,

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**

$$h_2 = (l_1 / 2) - (l_2 / 2) \cdot \eta\mu 60^\circ ,$$
$$h_2' = (l_1 / 2) - (l_2 / 2) \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ .$$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:
(άλλη έκφραση της γενικότερης αρχής διατήρησης της ενέργειας που εφαρμόζεται στο σύστημα των δύο ράβδων μεταξύ των θέσεων που φαίνονται στο παραπάνω σχήμα, όπου αρχική κατάσταση είναι η κατάσταση στο αριστερό τμήμα του σχήματος και τελική κατάσταση είναι η κατάσταση στο δεξιό τμήμα του σχήματος)

$$K_{ολ,αρχ} + U_{βαρ,αρχ,1} + U_{βαρ,αρχ,2} = K_{ολ,τελ} + U_{βαρ,τελ,1} + U_{βαρ,τελ,2} \Rightarrow$$
$$0 + m_1 \cdot g \cdot h_1 + m_2 \cdot g \cdot h_2 = 0 + 0 + m_2 \cdot g \cdot h_2' \Rightarrow$$
$$m_1 \cdot (l_1 / 2) + m_2 \cdot [(l_1 / 2) - (l_2 / 2) \cdot \eta\mu 60^\circ] = m_2 \cdot [(l_1 / 2) - (l_2 / 2) \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ] \Rightarrow$$
$$m_1 \cdot (4 / 2) + 10 \cdot [(4 / 2) - (2 / 2) \cdot (1,7 / 2)] = 10 \cdot [(4 / 2) - (2 / 2) \cdot (1 / 2)] \Rightarrow$$
$$2 \cdot m_1 + 10 \cdot 1,15 = 10 \cdot 1,5 \Rightarrow 2 \cdot m_1 = 15 - 11,5 \Rightarrow m_1 = 3,5 / 2 \Rightarrow m_1 = 1,75 \text{ kg} .$$

Γ3. Η ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο ράβδων είναι :

$$I_{ολ} = I_1 + I_2 \Rightarrow I_{ολ} = (1 / 3) \cdot m_1 \cdot l_1^2 + (1 / 3) \cdot m_2 \cdot l_2^2 \Rightarrow$$
$$I_{ολ} = (1 / 3) \cdot 1,75 \cdot 4^2 + (1 / 3) \cdot 10 \cdot 2^2 \Rightarrow I_{ολ} = (28 / 3) + (40 / 3) \Rightarrow$$
$$I_{ολ} = (68 / 3) \text{ kg} \cdot \text{m}^2 .$$

$$\text{Ισχύει: } \Sigma \tau = \tau_{w2} \Rightarrow \Sigma \tau = - w_2 \cdot (l_2 / 2) \cdot \eta\mu 60^\circ \Rightarrow \Sigma \tau = - m_2 \cdot g \cdot (l_2 / 2) \cdot \eta\mu 60^\circ \Rightarrow$$

$$\Sigma \tau = - 10 \cdot 10 \cdot (2 / 2) \cdot (1,7 / 2) \Rightarrow \Sigma \tau = - 85 \text{ N} \cdot \text{m} .$$

Θεμελιώδης νόμος της στροφικής:

$$\Sigma \tau = I_{ολ} \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow \tau_{w2} = I_{ολ} \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow \alpha_{γων} = \tau_{w2} / I_{ολ} \Rightarrow \alpha_{γων} = - 85 / (68 / 3) \Rightarrow$$
$$\alpha_{γων} = - 85 \cdot 3 / 68 \Rightarrow \alpha_{γων} = - 3,75 \text{ rad} / \text{s}^2 .$$

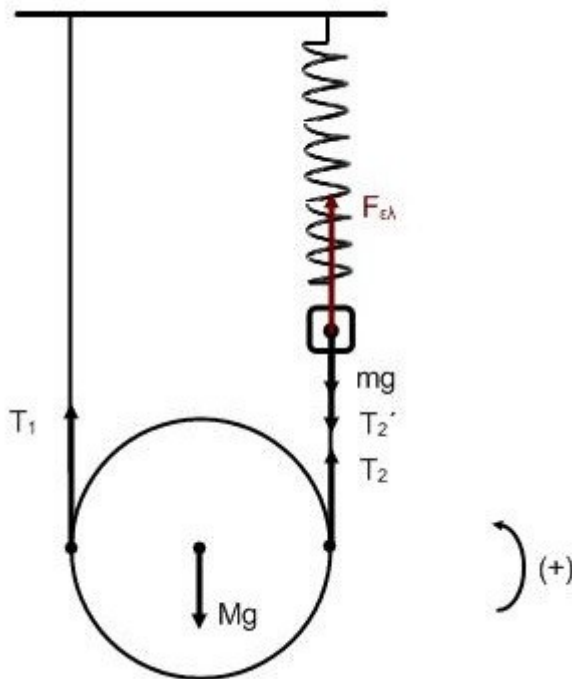
Γ4. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου μήκους l_2 , από τον γενικευμένο θεμελιώδη νόμο της στροφικής:

$$(dL / dt)_2 = \Sigma \tau_2 \Rightarrow (dL / dt)_2 = I_2 \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow (dL / dt)_2 = (1 / 3) \cdot 10 \cdot 2^2 \cdot (- 3,75) \Rightarrow$$
$$(dL / dt)_2 = - 50 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2 .$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**



Η τροχαλία ισορροπεί. Σαν στερεό σώμα που είναι:

α. Ισορροπεί μεταφορικά:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 + T_2 - M \cdot g = 0 \Rightarrow T_1 + T_2 = M \cdot g \Rightarrow T_1 + T_2 = 1,6 \cdot 10 \Rightarrow T_1 + T_2 = 16 \dots (I) .$$

β. Ισορροπεί περιστροφικά:

(θεωρούμε άξονα τον άξονα που περνάει κάθετα από το κέντρο της τροχαλίας)

$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow - T_1 \cdot R + T_2 \cdot R = 0 \Rightarrow T_1 \cdot R = T_2 \cdot R = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 \dots (II) .$$

Από τις σχέσεις (I) και (II) έχουμε :

$$T_1 + T_1 = 16 \Rightarrow 2 \cdot T_1 = 16 \Rightarrow T_1 = 16 / 2 \Rightarrow T_1 = 8 \text{ N} .$$

Άρα:

$$T_1 = T_2 = 8 \text{ N} .$$

Μεταφορική ισορροπία του σώματος Σ , μάζας m:

$$\Sigma F_y' = 0 \Rightarrow F_{ελ} - T_2' - m \cdot g = 0 \Rightarrow F_{ελ} = T_2' + m \cdot g \Rightarrow$$

(Οι δυνάμεις T_2 και T_2' είναι δυνάμεις δράσης - αντίδρασης)

$$F_{ελ} = T_2 + m \cdot g \Rightarrow F_{ελ} = 8 + 1,44 \cdot 10 \Rightarrow F_{ελ} = 22,4 \text{ N} .$$

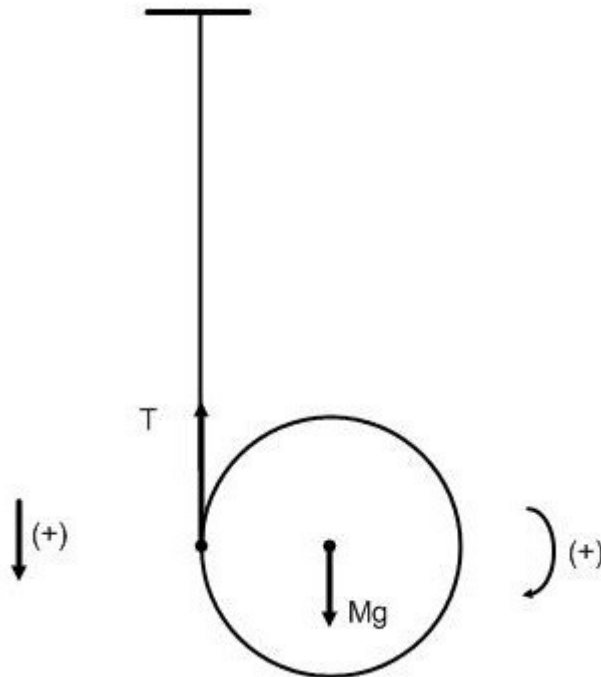
Δ2.

Κόβουμε το νήμα που συνδέει την τροχαλία με το σώμα Σ . Η χρονική στιγμή που μηδενίζεται η στιγμιαία ταχύτητα του σώματος Σ, είναι:

$$t = T / 2 \Rightarrow t = [2 \cdot \pi \cdot \sqrt{(m / k)}] / 2 \Rightarrow t = \pi \cdot \sqrt{(m / k)} .$$

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**

Η τροχαλία κινείται μεταφορικά και περιστροφικά.



Μεταφορική κίνηση της τροχαλίας , 2ος νόμος του Νεύτωνα:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow M \cdot g - T = M \cdot \alpha_{cm} \dots (III) .$$

Περιστροφική κίνηση της τροχαλίας , θεμελιώδης νόμος της στροφικής:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R \cdot \alpha_{γων} \dots (IV) .$$

Ισχύει:

$$\alpha_{cm} = \alpha_{γων} \cdot R \dots (V) .$$

Από τις σχέσεις (III) , (IV) , (V):

$$M \cdot g - \frac{1}{2} \cdot M \cdot R \cdot \alpha_{γων} = M \cdot \alpha_{γων} \cdot R \Rightarrow M \cdot g = M \cdot \alpha_{γων} \cdot R + \frac{1}{2} \cdot M \cdot R \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow$$

$$M \cdot g = \left(\frac{3}{2} \right) \cdot M \cdot R \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow g = \left(\frac{3}{2} \right) \cdot R \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow \alpha_{γων} = \frac{2 \cdot g}{3 \cdot R} \dots (VI) .$$

Από τις σχέσεις (V) και (VI):

$$\alpha_{cm} = \left[\frac{2 \cdot g}{3 \cdot R} \right] \cdot R \Rightarrow \alpha_{cm} = \left(\frac{2 \cdot g}{3} \right) \Rightarrow \alpha_{cm} = \left(\frac{2 \cdot 10}{3} \right) \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{20}{3} \text{ m / s}^2 .$$

Η τροχαλία έχει διανύσει, ύψος:

$$h = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{20}{3} \right) \cdot \pi^2 \cdot (\text{m / k}) \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{20}{3} \right) \cdot 10 \cdot (1,44 / 40) \Rightarrow$$

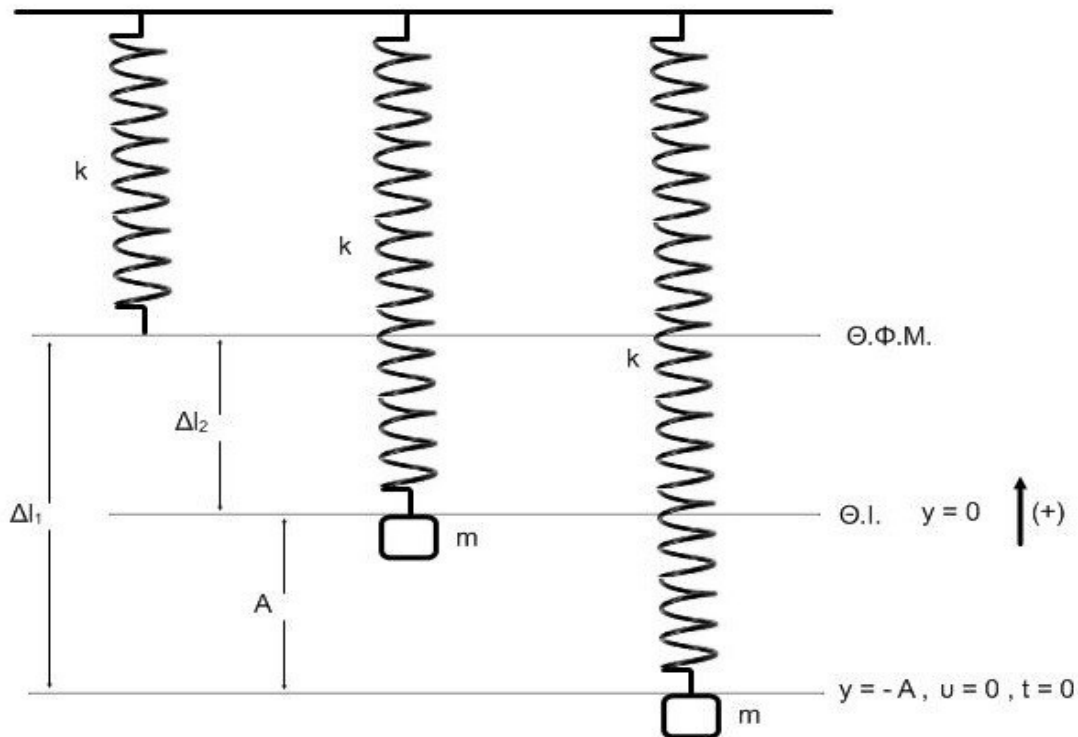
$$h = 1,2 \text{ m} .$$

Δ3.

Στο Δ₁ ερώτημα , είχαμε υπολογίσει:

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**

$$F_{\varepsilon\lambda} = 22,4 \text{ N} \Rightarrow k \cdot \Delta l_1 = 22,4 \Rightarrow \Delta l_1 = 22,4 / k \Rightarrow \Delta l_1 = 22,4 / 40 \Rightarrow \Delta l_1 = 0,56 \text{ m}.$$



Στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}' - m \cdot g = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}' = m \cdot g \Rightarrow k \cdot \Delta l_2 = m \cdot g \Rightarrow \Delta l_2 = m \cdot g / k \Rightarrow \Delta l_2 = 1,44 \cdot 10 / 40 \Rightarrow \Delta l_2 = 0,36 \text{ m}.$$

Άρα το πλάτος A:

$$A = \Delta l_1 - \Delta l_2 \Rightarrow A = 0,56 - 0,36 \Rightarrow A = 0,2 \text{ m}.$$

Ισχύει $D = k$.

$$\text{Και: } D = m \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{(D / m)} \Rightarrow \omega = \sqrt{(40 / 1,44)} \Rightarrow \omega = \sqrt{(400 \cdot 10 / 144)} \Rightarrow$$

$$\omega = (20 / 12) \cdot \sqrt{10} \Rightarrow \omega = (5 \cdot \pi / 3) \text{ rad / s}.$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ:

$$y = A \cdot \eta\mu(\omega \cdot t + \varphi_0) \Rightarrow$$

Για $t = 0$, $y = -A$, άρα,

$$-A = A \cdot \eta\mu \varphi_0 \Rightarrow \eta\mu \varphi_0 = -1 \Rightarrow \eta\mu \varphi_0 = \eta\mu(3 \cdot \pi / 2) \Rightarrow$$

$$\varphi_0 = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + (3 \cdot \pi / 2) \text{ ή } \varphi_0 = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + \pi - (3 \cdot \pi / 2),$$

για $\kappa = 0$,

$$\varphi_0 = 3 \cdot \pi / 2 \text{ rad ή } \varphi_0 = -\pi / 2 \text{ rad που απορρίπτεται (γιατί } 0 \leq \varphi_0 < 2 \cdot \pi)$$

$$\text{άρα } \varphi_0 = 3 \cdot \pi / 2 \text{ rad}.$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ:

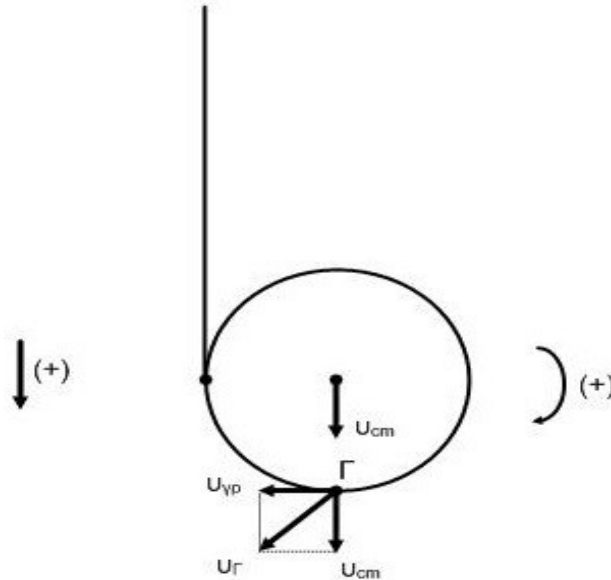
$$y = 0,2 \cdot \eta\mu[(5 \cdot \pi / 3) \cdot t + (3 \cdot \pi / 2)], (\text{S.I.}).$$

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**

Δ4. Ο χρόνος: $t = \pi \cdot \sqrt{m / k} \Rightarrow t = \sqrt{(\pi^2 \cdot m / k)} \Rightarrow t = \sqrt{(10 \cdot 1,44 / 40)} \Rightarrow t = 0,6 \text{ s.}$

Η ταχύτητα του κέντρου μάζας v_{cm} : $v_{cm} = a_{cm} \cdot t \Rightarrow v_{cm} = (20 / 3) \cdot 0,6 \Rightarrow v_{cm} = 4 \text{ m / s.}$

Η γραμμική ταχύτητα $v_{\gamma\rho}$: $v_{\gamma\rho} = v_{cm} = 4 \text{ m / s.}$



Το μέτρο της ταχύτητας του άκρου Γ , v_{Γ} :

$$v_{\Gamma} = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{\gamma\rho}^2} \Rightarrow v_{\Gamma} = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{cm}^2} \Rightarrow v_{\Gamma} = \sqrt{2 \cdot v_{cm}^2} \Rightarrow v_{\Gamma} = v_{cm} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow v_{\Gamma} = 4 \cdot \sqrt{2} \text{ m / s.}$$

ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΕ Ο ΤΟΜΕΑΣ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

ΤΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ

«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ

www.floropoulos.gr

ΖΑΒΟΣ Δ. - ΗΜΕΛΛΟΣ Μ. - ΚΑΛΑΝΤΖΗΣ Π. - ΚΟΥΣΗΣ Γ.