

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ –
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **A1-A4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

A1. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, όπου η δύναμη που αντιτίθεται στη κίνηση είναι της μορφής $F_{\text{αντ}} = -bu$, όπου b θετική σταθερά και u η ταχύτητα του ταλαντωτή,

α. όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης η περίοδος μειώνεται.

β. το πλάτος διατηρείται σταθερό.

γ. η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.

δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

Μονάδες 5

A2. Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα u , το διάνυσμα έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι $\vec{E}$ και το διάνυσμα έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι $\vec{B}$. Θα ισχύει:

a. $\vec{E} \perp \vec{B}, \vec{E} \perp u, \vec{B} \parallel u$

b. $\vec{E} \perp \vec{B}, \vec{E} \perp u, \vec{B} \perp u$

γ. $\vec{E} \parallel \vec{B}, \vec{E} \perp u, \vec{B} \perp u$

δ. $\vec{E} \parallel \vec{B}, \vec{E} \parallel u, \vec{B} \parallel u$

Μονάδες 5

A3. Μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια γυαλιού και αέρα προερχόμενη από το γυαλί. Κατά ένα μέρος ανακλάται και κατά ένα μέρος διαθλάται. Τότε:

α. η γωνία ανάκλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.

β. το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον αέρα μειώνεται.

γ. η γωνία διάθλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.

δ. η προσπίπτουσα, η διαθλώμενη και η ανακλώμενη ακτίνα δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

Μονάδες 5

A4. Μία ηχητική πηγή πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα προς έναν ακίνητο παρατηρητή και εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s και μήκους κύματος λ . Τότε ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο

- α. με συχνότητα μικρότερη της f_s
- β. με συχνότητα ίση με την f_s
- γ. με μήκος κύματος μικρότερο του λ .
- δ. με μήκος κύματος ίσο με το λ .

Μονάδες 5

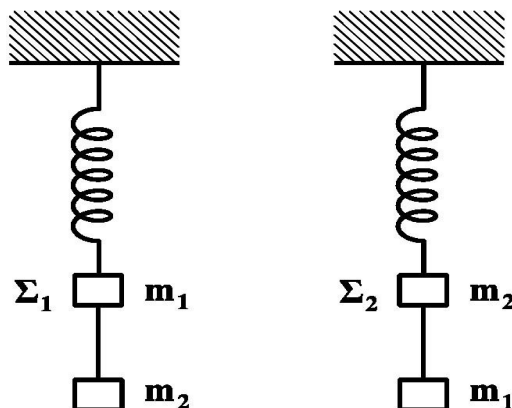
A5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

- α. Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται τόσο στα στερεά όσο και στα υγρά και τα αέρια.
- β. Στις ηλεκτρικές ταλαντώσεις το φορτίο του πυκνωτή παραμένει σταθερό.
- γ. Ορισμένοι ραδιενεργοί πυρήνες εκπέμπουν ακτίνες γ.
- δ. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.
- ε. Στα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

B1. Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2 . Κάτω από το σώμα Σ_1 δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m_2 , ενώ κάτω από το Σ_2 σώμα μάζας m_1 ($m_1 \neq m_2$), όπως φαίνεται στο σχήμα.



ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2011
ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ – ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 είναι E_1 και του Σ_2 είναι E_2 , τότε:

a. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$ b. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$ γ. $\frac{E_1}{E_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

B2. Ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας f . Με μια δεύτερη ηχητική πηγή δημιουργούμε ταυτόχρονα ήχο, τη συχνότητα του οποίου μεταβάλλουμε. Σε αυτήν τη διαδικασία δημιουργούνται διακροτήματα ίδιας συχνότητας για δύο διαφορετικές συχνότητες f_1 , f_2 της δεύτερης πηγής.

Η τιμή της f είναι:

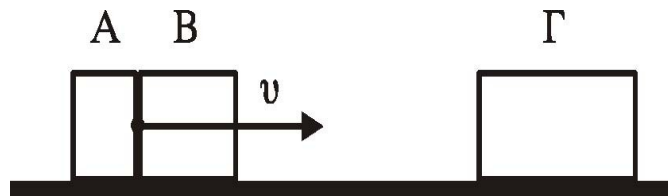
a. $\frac{f_1 + f_2}{2}$ b. $\frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$ γ. $\frac{f_2 - f_1}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

B3. Δύο σώματα, το A με μάζα m_1 και το B με μάζα m_2 , είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα u . Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας $4m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο.



Μετά την κρούση το A σταματά, ενώ το B κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με ταχύτητα $u/3$. Τότε θα ισχύει:

α. $\frac{m_1}{m_2} = 2$ β. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$ γ. $\frac{m_1}{m_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί, βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 , που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα ίσου πλάτους. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας τους και κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση, την οποία θεωρούμε θετική. Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου Μ, που βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$, μετά τη συμβολή των κυμάτων δίνεται στο SI από τη σχέση:

$$y_M = 0,2 \eta \mu 2\pi(5t - 10).$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι $v=2$ m/s. Έστω Ο το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ και $d=1$ m η απόσταση μεταξύ των πηγών.

Να βρείτε:

Γ1. Την απόσταση $M\Pi_1$.

Μονάδες 5

Γ2. Τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Ο και Μ.

Μονάδες 6

Γ3. Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

Μονάδες 7

Γ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με τον χρόνο t για $0 \leq t \leq 2,5$ s.

Να χρησιμοποιήσετε το μιλιμετρέ χαρτί στο τέλος του τετραδίου.

Μονάδες 7

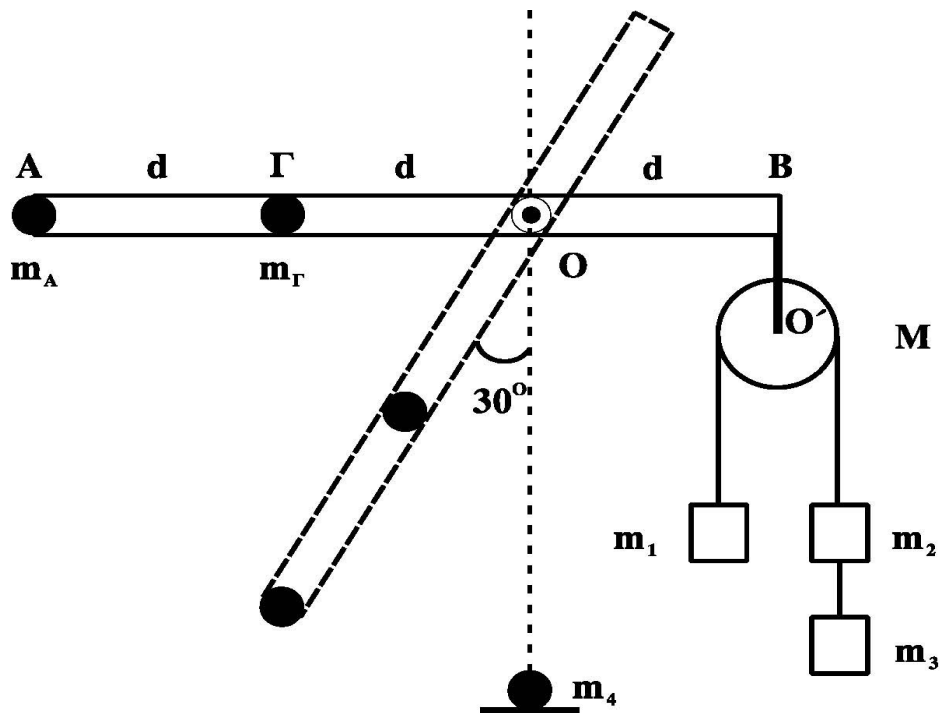
ΘΕΜΑ Δ

Αβαρής ράβδος μήκους $3d$ ($d=1$ m) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση $2d$ από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα $m_A=1$ kg και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση d από το Ο έχουμε επίσης σημειακή μάζα $m_\Gamma=6$ kg. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο Β, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας $M=4$ kg από την οποία κρέμονται οι μάζες $m_1=2$ kg, $m_2=m_3=1$ kg. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο'.

Δ1. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 4

Κόβουμε το $O'B$, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο B.



Δ2. Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο.

Μονάδες 7

Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα $m_4 = 5 \text{ kg}$.

Δ3. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου A αμέσως μετά τη κρούση.

Μονάδες 6

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο B, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα m_2 και m_3 και αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m .

Δ4. Πόση πρέπει να είναι η μάζα m , ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

Μονάδες 8

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται: $g=10 \text{ m/s}^2$, $\eta_{30^\circ}=1/2$, ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I=MR^2/2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1 $\rightarrow \gamma$

A2 $\rightarrow \beta$

A3 $\rightarrow \gamma$

A4 $\rightarrow \gamma$

A5. (α) Σ (β) Λ (γ) Σ (δ) Λ (ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστό είναι το β.

Στη θέση ισορροπίας του συστήματος Θ.Ι. ισχύει:

$$\Sigma F^r = 0 \rightarrow F_{ελ} - T_1 - m_1 g + T_2 - m_2 g = 0 \rightarrow F_{ελ} = (m_1 + m_2) g \rightarrow k \Delta l_0 = (m_1 + m_2) g \rightarrow$$

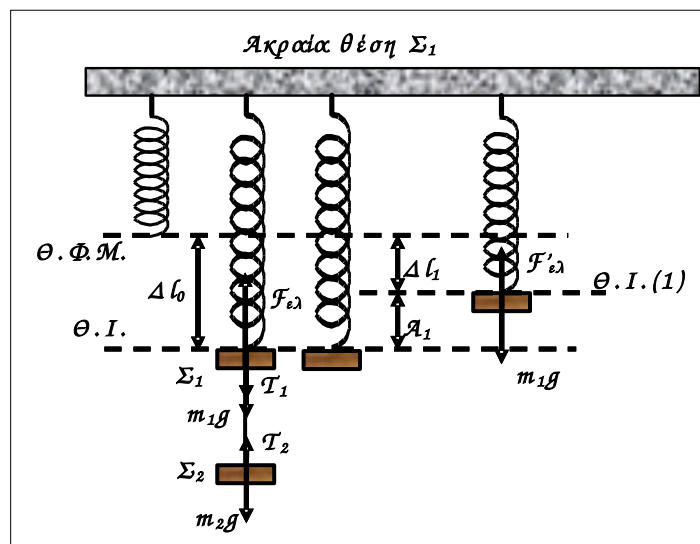
$$\Delta l_0 = \frac{(m_1 + m_2) g}{k}$$

(Επειδή το νήμα είναι
είναι $T_1 = T_2$).

Στη θέση ισορροπίας
Θ.Ι.(1) ισχύει:

:

$$\Sigma F^r = 0 \rightarrow F'_{ελ} = m_1 g \rightarrow m_1 g \rightarrow$$



αβαρές

του Σ_1

$$k \Delta l_1 =$$

$$\Delta l_1 = \frac{m_1 g}{k} \quad .$$

Όταν κοπεί το νήμα το Σ_1 κάνει ΑΑΤ με $D = k$ και πλάτος:

$$A_1 = \Delta l_0 - \Delta l_1 = \frac{(m_1 + m_2) g}{k} - \frac{m_1 g}{k} \rightarrow A_1 = \frac{m_2 g}{k} \quad .$$

Άρα η ενέργεια της ταλάντωσης του θα είναι ίση με: $E_1 = \frac{1}{2} k A_1^2 \rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \frac{(m_2 g)^2}{k}$

Ομοίως όταν κοπεί το νήμα το Σ_2 κάνει ΑΑΤ με $D = k$ και πλάτος:

$$A_2 = \Delta l_0 - \Delta l_2 = \frac{(m_1 + m_2) g}{k} - \frac{m_2 g}{k} \rightarrow A_2 = \frac{m_1 g}{k} \quad .$$

Άρα η ενέργεια της ταλάντωσης του θα είναι ίση με: $E_2 = \frac{1}{2} k A_2^2 \rightarrow E_2 = \frac{1}{2} \frac{(m_1 g)^2}{k}$

$$\text{Οπότε } \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

B2. Σωστό είναι το α.

Οι συχνότητες των διακροτημάτων δίνονται από τις σχέσεις:

$$f_{\Delta} = |f_1 - f| \quad \text{και} \quad f_{\Delta} = |f_2 - f|$$

$$\text{Άρα } |f_1 - f| = |f_2 - f| \rightarrow f_1 - f = \pm (f_2 - f) \rightarrow$$

$$f_1 - f = f_2 - f \quad \text{ή} \quad f_1 - f = -f_2 + f \rightarrow$$

$$f_1 - f_2 = f - f = 0 \text{ απορρίπτεται ή}$$

$$f_1 + f_2 = f + f \rightarrow f_1 + f_2 = 2f \rightarrow f = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

B3. Σωστό είναι το α.

Εφαρμόζουμε ΑΔΟ για την κρούση:

$$p_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}} = p_{\text{τελ}}^{\text{συστ}} \rightarrow (m_1 + m_2)u = (m_2 + 4m_1)\frac{u}{3} \rightarrow m_1 + m_2 = (m_2 + 4m_1)\frac{1}{3} \rightarrow$$

$$3m_1 + 3m_2 = m_2 + 4m_1 \rightarrow 2m_2 = m_1 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2.$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η απομάκρυνση του σημείου Μ μετά την συμβολή των δύο κυμάτων δίνεται από τον τύπο:

$$y_M = 2A \sin \frac{r_1 - r_2}{\lambda} \sin \left(2\pi \left(\frac{v}{\lambda} t - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) \right) \rightarrow y_M = 2A \sin \frac{r_1 - r_2}{\lambda} \sin \left(2\pi \left(\frac{v}{\lambda} t - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) \right)$$

όπου r_1 και r_2 οι αποστάσεις του από τα πηγές Π_1 και Π_2 αντίστοιχα.

Αντιπαραβάλλοντας την παραπάνω εξίσωση με την εξίσωση $\psi_M = 0,2 \sin 2\pi(5t - 10)$ (S.I.) που τα δίνεται βρίσκουμε:

$$A = 0,2 \text{ m}$$

$$2\pi \frac{t}{T} = 10\pi t \rightarrow T = 0,2 \text{ s} \quad \text{και} \quad \lambda = vT = 0,4 \text{ m}$$

$$2\pi \frac{r_1}{\lambda} = 20\pi \rightarrow r_1 = 10\lambda = 4 \text{ m} = \Pi M_1$$

Γ2. Η φάση του σημείου Μ είναι: $\phi_M = 2\pi(5t - 10)$

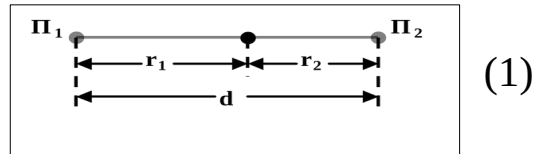
Για το μέσο Ο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ ισχύει: $d_1 = d_2 = 0,5 \text{ m}$ άρα η φάση του θα δίνεται από τη σχέση:

$$\phi_O = 2\pi \left(5t - \frac{d_1 + d_2}{\lambda} \right) = 2\pi \left(5t - \frac{1}{4} \right).$$

Άρα η διαφορά φάσης των δύο σημείων είναι: $\Delta\phi = \phi_O - \phi_M = \frac{2\pi}{4} = 17,5\pi \text{ rad}$

Γ3. Β. Για τα σημεία του ευθυγράμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ που λόγω συμβολής ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος ισχύει:

$$r_1 - r_2 = N \lambda - \lambda = 0,4 \text{ m} \rightarrow r_1 - r_2 = 0,4N$$



(1)

$$r_1 + r_2 = \Pi_1\Pi_2 = d \rightarrow r_1 + r_2 = 1 \text{ m}$$

(2)

Αθροίζω κατά μέλη τα σχέσεις (1) και (2) και παίρνω:

$$2 r_1 = 0,4N + 1 \rightarrow r_1 = 0,2N + 0,5$$

$$\text{Τα } 0 < r_1 < \Pi_1\Pi_2 \rightarrow 0 < 0,2N + 0,5 < 1 \rightarrow -0,5 < 0,2N < 0,5 \rightarrow -2,5 < N < 2,5$$

Τα το N είναι ακέραιος άρα οι τιμές που μπορεί να πάρει είναι:

$$N = -2, -1, 0, 1, 2$$

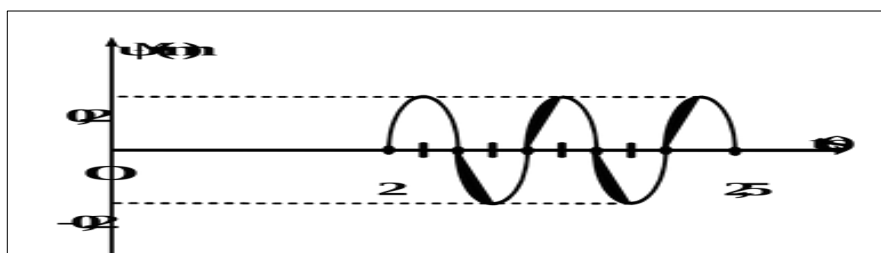
Άρα τα σημεία του ευθυγράμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος είναι πέντε.

Γ4. Επειδή το σημείο M ισαπέχει από τα δύο πηγές τα δύο κύματα φτάνουν ταυτόχρονα σε αυτό τη χρονική στιγμή: $t =$

$$\frac{r_1}{u} = \frac{r_2}{u}$$

$= 2 \text{ s}$. Στη συνέχεια το σημείο κάνει Α.Α.Τ. με απομάκρυνση που δίνεται σε συνάρτηση με το χρόνο από τη σχέση:

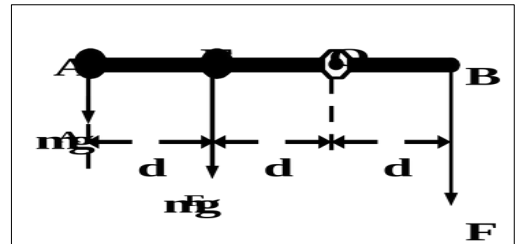
$$\psi_M = 0,2 \sin 2\pi(5t - 10) \text{ (S.I.)}$$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για να ισορροπεί η ράβδος στην οριζόντια θέση θα πρέπει:

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \rightarrow m_A g \cdot 2d + m_{\Gamma} g \cdot d - F \cdot d = 0 \rightarrow F = 80 \text{ N.}$$



Για να ισορροπεί το Σ_3 θα πρέπει:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow T_3 = m_3 g \rightarrow T_3 = 10 \text{ N} \quad (1)$$

Για να ισορροπεί το Σ_2 θα πρέπει:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow T_2 = m_2 g + T_3 \rightarrow T_2 = 20 \text{ N}$$

Για να ισορροπεί το Σ_1 θα πρέπει:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow T_1 = m_1 g \rightarrow T_1 = 20 \text{ N}$$

Για να ισορροπεί το Σ_3 θα πρέπει:

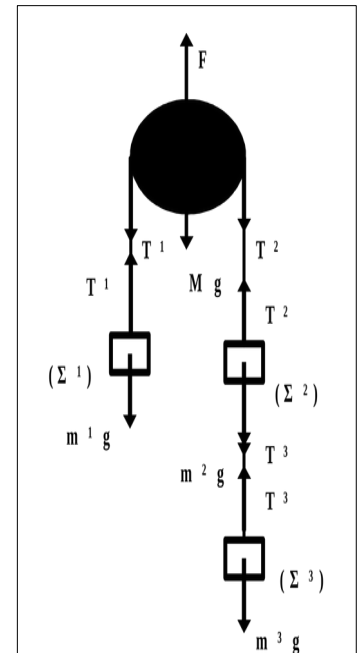
$$\Sigma F = 0 \rightarrow T_3 = m_3 g \rightarrow T_3 = 10 \text{ N}$$

Για να ισορροπεί η τροχαλία θα πρέπει:

$$\Sigma \tau_{(O')} = 0 \rightarrow T_1 R - T_2 R = 0 \rightarrow T_1 = T_2 \text{ που ισχύει}$$

και

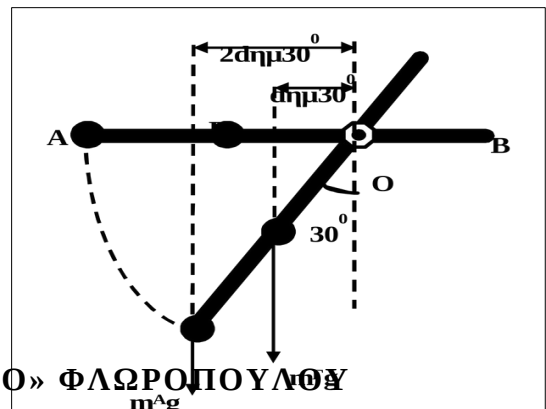
$$\Sigma F = 0 \rightarrow F = T_1 + T_2 + M g \rightarrow F = 80 \text{ N που ισχύει.}$$



Δ2. Η ροπή αδράνειας $I_{\text{συστ.}}$ του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του O είναι:

$$I_{\text{συστ.}} = m_A (2d)^2 + m_{\Gamma} d^2 \rightarrow$$

$$I_{\text{συστ.}} = 10 \text{ Kg m}^2 .$$



Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης όταν η ράβδος σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο:

$$\Sigma \tau_{(O)} = I_{\text{συστ.}} \alpha_{\gamma} \rightarrow m_A g 2d \eta\mu 30^\circ + m_{\Gamma} g d \eta\mu 30^\circ = I_{\text{συστ.}} \alpha_{\gamma} \rightarrow 10 + 30 = 10 \alpha_{\gamma} \rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma} = 4 \text{ rad/s}^2.$$

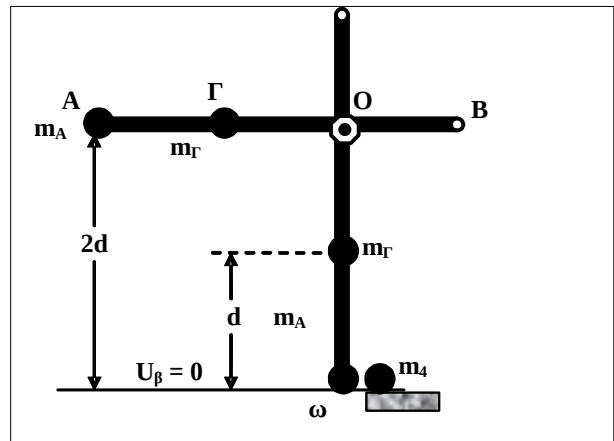
Δ3. Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ για να υπολογίσουμε την γωνιακή ταχύτητα ω_1 του συστήματος αμέσως πριν τη κρούση.

$$E_{\mu\eta\chi}^{\alpha\rho\chi} = \frac{\tau_{\epsilon\lambda}}{\mu\eta\chi} \rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda}$$

$$\rightarrow m_A g 2d + m_{\Gamma} g 2d = \frac{1}{2} I_{\text{συστ.}} \omega_1^2 + m_{\Gamma} g d \rightarrow$$

$$140 = 5 \omega_1^2 + 60 \rightarrow \omega_1^2 = 16 \rightarrow$$

$$\omega_1 = 4 \text{ rad/s}$$



Η ροπή αδράνειας $I'_{\text{συστ.}}$ του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του O, μετά την πλαστική κρούση είναι:

$$I'_{\text{συστ.}} = I_{\text{συστ.}} + m_4 (2d)^2 \rightarrow I'_{\text{συστ.}} = 30 \text{ Kg m}^2.$$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής για την πλαστική κρούση για να υπολογίσουμε την γωνιακή ταχύτητα ω_2 του συστήματος αμέσως μετά την κρούση.

$$L_{\text{συστηματος}}^{\alpha\rho\chi} = L_{\text{συστηματος}}^{\tau\epsilon\lambda} \rightarrow I_{\text{συστ.}} \omega_1 = I'_{\text{συστ.}} \omega_2 \rightarrow 40 = 30 \omega_2 \rightarrow \omega_2 = \frac{4}{3} \text{ rad/s.}$$

Η γραμμική ταχύτητα του σημείου A αμέσως μετά την κρούση είναι:

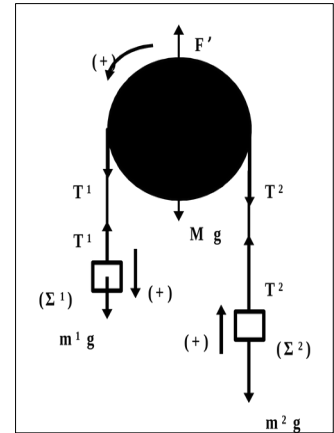
$$u_A = \omega_2 (2d) \rightarrow u_A = \frac{8}{3} \text{ m/s}$$

Δ4. Όταν κόψουμε το νήμα που συνδέει τη μάζα m_2 με τη μάζα m_3 , το σύστημα θα εκτελέσει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με φορά αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

Για το σώμα (Σ_1) ισχύει: $\Sigma \vec{F} = m_1 \vec{a}_{cm(1)} \rightarrow$
 $m_1 g - T_1 = m_1 a_{cm(1)} \quad (1)$

Για το σώμα (Σ_2) ισχύει: $\Sigma \vec{F} = m_2 \vec{a}_{cm(2)} \rightarrow$

$$T_2 - m_2 g = m_2 a_{cm(2)} \quad (2)$$



Για την τροχαλία ισχύει:

$$\Sigma \tau(O') = I \alpha_{\gamma(\tau)} \rightarrow T_1 R - T_2 R = \frac{MR^2}{2} \alpha_{\gamma(\tau)} \rightarrow T_1 - T_2 = \frac{MR}{2} \alpha_{\gamma(\tau)} \quad (3)$$

Επειδή το σχοινί είναι αβαρές, μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια της τροχαλίας ισχύει:

$$a_{cm(1)} = \alpha_{\gamma(\tau)} R \quad \text{και} \quad a_{cm(2)} = \alpha_{\gamma(\tau)} R \quad \text{άρα} \quad a_{cm(1)} = a_{cm(2)} = a_{cm} = \alpha_{\gamma(\tau)} R \quad (4)$$

$$\text{Από την (3) λόγω της (4) παίρνουμε:} \quad T_1 - T_2 = \frac{M}{2} a_{cm} \quad (5)$$

Από (1) + (2) + (5) παίρνουμε:

$$m_1 g - T_1 + T_2 - m_2 g + T_1 - T_2 = m_1 a_{cm} + m_2 a_{cm} + \frac{M}{2} a_{cm} \rightarrow$$

$$m_1 g - m_2 g = (m_1 + m_2 + \frac{M}{2}) a_{cm} \rightarrow 10 = 5 a_{cm} \rightarrow a_{cm} = 2 \text{ m/s}^2.$$

Από την (1) παίρνουμε $T_1 = m_1 g - m_1 a_{cm} = 16 \text{ N}$ και

από την (2) $\rightarrow T_2 = m_2 g + m_2 a_{cm} = 12 \text{ N}.$

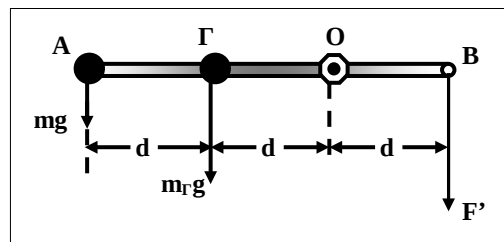
Επειδή η τροχαλία δεν εκτελεί μεταφορική κίνηση ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F' = T_1 + T_2 + M g \rightarrow F' = 68 \text{ N}.$$

Για να συνεχίσει η ράβδος να ισορροπεί σε οριζόντια θέση θα πρέπει:

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \rightarrow mg \cdot 2d + m_{\Gamma} g \cdot d - F' \cdot d = 0 \rightarrow$$

$$20 \cdot m + 60 - 68 = 0 \rightarrow \mathbf{m = 0,4 \text{ Kg.}}$$



Επιμέλεια: Ήμελλος Μ. – Καλαντζής Π. – Ποθητάκης Β.