

ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

**Θέμα Α**

Στις ερωτήσεις **A1-A4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.

**A1.** Τα μήκη κύματος τεσσάρων ηλεκτρομαγνητικών ακτινοβολιών που διαδίδονται στο κενό συμβολίζοντας ως:

υπέρυθρο:  $\lambda_{\text{υ}}$ , ραδιοκύματα:  $\lambda_{\text{ρ}}$ , πράσινο ορατό φως:  $\lambda_{\text{π}}$ , ακτίνες X:  $\lambda_{\text{χ}}$ .

Η σχέση μεταξύ των μηκών είναι:

**α)**  $\lambda_{\text{χ}} > \lambda_{\text{ρ}} > \lambda_{\text{υ}} > \lambda_{\text{π}}$

**β)**  $\lambda_{\text{ρ}} > \lambda_{\text{π}} > \lambda_{\text{υ}} > \lambda_{\text{χ}}$

**γ)**  $\lambda_{\text{ρ}} > \lambda_{\text{υ}} > \lambda_{\text{π}} > \lambda_{\text{χ}}$

**δ)**  $\lambda_{\text{υ}} > \lambda_{\text{χ}} > \lambda_{\text{ρ}} > \lambda_{\text{π}}$

**Μονάδες 5**

**A2.** Η ταχύτητα ενός ηχητικού κύματος εξαρτάται από:

**α)** την περίοδο του ήχου

**β)** το υλικό στο οποίο διαδίδεται το κύμα

**γ)** το μήκος κύματος

**δ)** το πλάτος κύματος

**Μονάδες 5**

**A3.** Σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκούνται ομοεπίπεδες δυνάμεις έτσι ώστε αυτό να εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Για τη συνισταμένη των δυνάμεων  $\Sigma \vec{F}$  που του ασκούνται και για το αλγεβρικό άρθροισμα των ροπών  $\Sigma \tau$  ως προς οποιοδήποτε σημείο του, ισχύει:

**α)**  $\Sigma \vec{F} = 0$  ,  $\Sigma \tau = 0$

**β)**  $\Sigma \vec{F} \neq 0$  ,  $\Sigma \tau \neq 0$

**γ)**  $\Sigma \vec{F} \neq 0$  ,  $\Sigma \tau = 0$

**δ)**  $\Sigma \vec{F} = 0$  ,  $\Sigma \tau \neq 0$

**Μονάδες 5**

**A4.** Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας  $m$  που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με  $F$ . Το πηλίκο  $\frac{F}{m}$  :

**α)** παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο

**β)** μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο

**γ)** αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο

**δ)** γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

## Μονάδες 5

**A5.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λαθασμένη.

**α)** Κριτήριο για τη διάκριση των μηχανικών κυμάτων σε εγκάρσια και διαμήκη είναι η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου σε σχέση με την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

**β)** Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό.

**γ)** Κατά τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό, το πηλίκο των μέτρων των εντάσεων του μαγνητικού και του ηλεκτρικού πεδίου

$$\frac{B}{E} = \frac{\dot{C}}{c}$$

ισούται με την ταχύτητα του φωτός  $c$ .

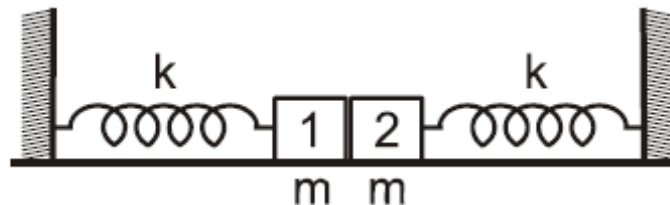
**δ)** Η συχνότητα μονοχρωματικής ακτινοβολίας μειώνεται, όταν η ακτινοβολία περνά από τον αέρα σε ένα διαφανές μέσο.

**ε)** Η γη έχει στροφορμή λόγω περιστροφής γύρω από τον άξονά της και λόγω περιφοράς γύρω από τον ήλιο.

## Μονάδες 5

**Θέμα Β**

**B1.** Δύο όμοια σώματα, ίσων μαζών  $m$  το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς  $k$  το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δύο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος  $l_0$  και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.



Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά  $d$  και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D=2k$ . Αν  $A_1$  το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν τη κρούση και  $A_2$  το πλάτος της

ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος  $\frac{A_1}{A_2}$  είναι:

- i) 1                      ii)  $\frac{1}{2}$                       iii) 2

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**B2.** Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$ , ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, παρουσιάζονται διακροτήματα με περίοδο διακροτήματος  $T_\Delta = 2s$ . Αν στην διάρκεια του χρόνου αυτού πραγματοποιούνται 200 πλήρεις ταλαντώσεις, οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  είναι:

- i)  $f_1 = 200,5 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 200 \text{ Hz}$   
 ii)  $f_1 = 100,25 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 99,75 \text{ Hz}$   
 iii)  $f_1 = 50,2 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 49,7 \text{ Hz}$

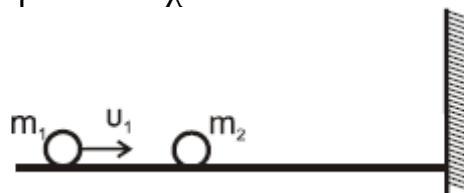
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**B3.** Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας  $m_1$  με ταχύτητα μέτρου  $u_1$ . Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας  $m_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$  ( $m_2 > m_1$ ). Μετά την κρούση με τη μάζα  $m_1$ , η  $m_2$  συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.



Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών  $m_1$  και  $m_2$ , μετά την κρούση της  $m_2$  με τον τοίχο, παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών  $\frac{m_1}{m_2}$  είναι:

- i) 3                      ii)  $\frac{1}{2}$                       iii)  $\frac{1}{3}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

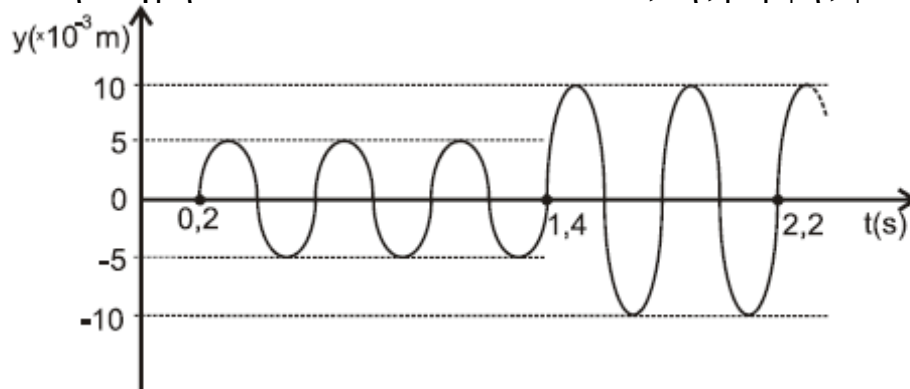
β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

### Θέμα Γ

Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  δημιουργούν στην επιφάνεια

υγρού εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα  $v=5 \text{ m/s}$ . Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο  $\Sigma$  της επιφάνειας πλησιέστερα στην πηγή  $\Pi_2$ . Η απομάκρυνση του σημείου  $\Sigma$  από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή  $t=0$  και εκτελούν ταλαντώσεις της μορφής  $\psi=A\eta\mu\omega t$



**Γ1.** Να βρείτε τις αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  του σημείου  $\Sigma$  από τις πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ , αντίστοιχα.

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο, για  $t \geq 0$ .

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του φελλού κάποια χρονική στιγμή  $t_1$ , κατά την οποία η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι  $y_1 = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ m}$  ;

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Έστω  $K_1$  η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού μετά τη συμβολή. Αλλάζουμε τη συχνότητα των ταλαντώσεων των πηγών  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  έτσι

$$\frac{\omega}{9}$$

ώστε η συχνότητά τους να είναι ίση με τα  $\frac{\omega}{9}$  της αρχικής τους συχνότητας. Αν μετά τη νέα συμβολή η μέγιστη κινητική ενέργεια του

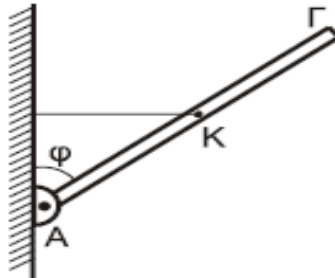
$$\frac{K_1}{K_2}$$

φελλού είναι  $K_2$ , να βρεθεί ο λόγος  $\frac{K_1}{K_2}$  .

**Μονάδες 7**

Δίνεται:  $\frac{\omega}{9} = \frac{1}{2}$

**Θέμα Δ**



Λεπτή, άκαμπη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους  $l = 2\text{m}$  και μάζας  $M = 5,6\text{ kg}$  ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιου νήματος, μη εκτατού, που συνδέεται στο μέσο της, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο.

Δίνεται:  $\eta\mu\varphi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\eta\varphi = 0,8$

**Δ1.** Να προσδιορίσετε τη δύναμη  $\vec{F}$  που διέρχεται η ράβδος από την άρθρωση.

**Μονάδες 4**

Μικρή ομογενής σφαίρα, μάζας  $m = 0,4\text{ kg}$  και ακτίνας  $r = \frac{1}{10}\text{ m}$  κυλίεται χωρίς ολίσθηση, έχοντας εκτοξευθεί κατά μήκος της ράβδου από το σημείο Κ προς το άκρο Γ.

**Δ2.** Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας κατά την κίνησή της από το Κ μέχρι το Γ.

**Μονάδες 5**

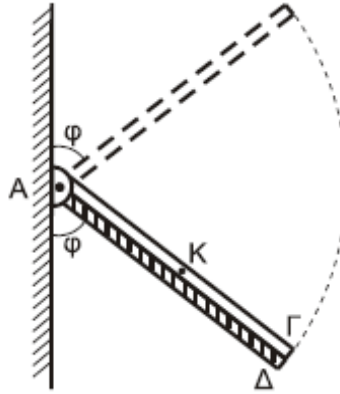
**Δ3.** Με δεδομένο ότι η σφαίρα φτάνει στο άκρο Γ, να βρείτε τη σχέση που περιγράφει την τάση του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση του σημείου επαφής της σφαίρας με τη ράβδο, από το σημείο Κ.

**Μονάδες 5**

Αφού η σφαίρα έχει εγκαταλείψει τη ράβδο, κόβουμε το νήμα. Η ράβδος στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α, χωρίς τριβές.

**Δ4.** Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου στη θέση στην οποία η ράβδος σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με την κατακόρυφο που διέρχεται από το άκρο Α, όπως στο παρακάτω σχήμα.

**Μονάδες 6**



Δεύτερη λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΔ, μήκους  $l'=l$  και μάζας  $M'=3M$  είναι αρθρωμένη και αυτή στο σημείο Α γύρω από τον ίδιο άξονα περιστροφής με την ράβδο ΑΓ. Η ράβδος ΑΔ συγκρατείται ακίνητη, με κατάλληλο μηχανισμό, σε θέση όπου σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με τον κατακόρυφο τοίχο όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι συγκρούονται και ταυτόχρονα ο μηχανισμός ελευθερώνει τη ράβδο ΑΔ, χωρίς απώλεια ενέργειας. Οι ράβδοι μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα, χωρίς τριβές. Ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος.

**Δ5.** Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

**Μονάδες 5**

Όλες οι κινήσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δίνονται:

- Η ροπή αδράνειας  $I_p$  λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας  $M$  και μήκους  $l$ , ως προς άξονα που διέρχεται από το ένα της άκρο και είναι κάθετος σε αυτή:

$$I_p = \frac{1}{3} M l^2$$

- Η ροπή αδράνειας  $I_{\sigma\varphi}$  ομογενούς σφαίρας μάζας  $m$  και ακτίνας  $r$  ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της:

$$I_{\sigma\varphi} = \frac{2}{5} m r^2$$

- $g=10 \text{ m/s}^2$

### ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

**Θέμα Α**

A1 → γ

A2 → β

A3 → γ

A4 → β

A5. (α) Σ (β) Σ (γ) Λ (δ) Λ (ε) Σ

**Θέμα Β**

**B1. Σωστό είναι το γ.**

Το σώμα 1 κάνει ΑΑΤ με  $D_1 = k$  και πλάτος  $A_1 = d$ . Επειδή η κρούση γίνεται στην ΘΙΤ οι ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την πλαστική κρούση είναι οι μέγιστες.

Εφαρμόζω ΑΔΟ για την πλαστική κρούση:

$$\begin{aligned} \frac{r_{\text{συστ}}}{p_{\text{αρχ}}} &= \frac{r_{\text{συστ}}}{p_{\text{τελ}}} \rightarrow m u_{1,\text{max}} = 2 m u_{\text{max}} \rightarrow u_{\text{max}} = \frac{u_{1,\text{max}}}{2} \rightarrow \omega_2 A_2 = \frac{\omega_1 A_1}{2} \rightarrow \\ \sqrt{\frac{k}{m}} A_2 &= \frac{\sqrt{\frac{k}{m}} A_1}{2} \rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2 \end{aligned}$$

**B2. Σωστό είναι το β**

Η συχνότητα του διακροτήματος δίνεται από τη σχέση:

$$f_{\Delta} = \frac{1}{T_{\Delta}} = f_1 - f_2 \rightarrow f_1 - f_2 = \frac{1}{2} \text{ Hz} = 0,5 \text{ Hz. (1)}$$

Η συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης δίνεται από την σχέση:

$$f = \frac{N}{T_{\Delta}} = \frac{200}{f_1 + f_2} = 100 \text{ Hz.}$$

Όμως  $f = \frac{2}{T_{\Delta}} \rightarrow f_1 + f_2 = 200 \text{ Hz (2)}$

(1) + (2) →  $2 f^1 = 200,5 \text{ Hz} \rightarrow f_1 = 100,25 \text{ Hz}$  και  $f_2 = 200 - 100,25 = 99,75 \text{ Hz.}$

**B3. Σωστό είναι το γ.**

Στην περίπτωση της μετωπικής ελαστικής κρούσης όταν το σώμα μάζας  $m_2$  είναι ακίνητο πριν τη κρούση ( $u_2 = 0$ ) οι ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \quad \text{και} \quad u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1$$

Η  $m_2$  συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο άρα ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς από αυτή που είχε πριν τη κρούση.

Επειδή η απόσταση των μαζών παραμένει σταθερή μετά την κρούση της  $m_2$  με τον τοίχο, οι ταχύτητες τους θα έχουν το ίδιο μέτρο, δηλαδή:

$$|u_1'| = |u_2'| \rightarrow \left| \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \right| = \left| \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 \right| \xrightarrow{m_2 > m_1} \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \rightarrow$$

$$m_2 - m_1 = 2m_1 \rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}.$$

### Θέμα Γ

**Γ1.** Το κύμα από την πηγή  $\Pi_2$  θα φθάσει στο σημείο  $\Gamma$  μετά από χρόνο:  $t_2 = 0,2 \text{ s}$ , ενώ το κύμα από την πηγή  $\Pi_1$  μετά από χρόνο:  $t_1 = 1,4 \text{ s}$ , άρα:  $r_1 = u t_1 \rightarrow r_1 = 7 \text{ m}$  και  $r_2 = u t_2 \rightarrow r_2 = 1 \text{ m}$ .

**Γ2.** Η περίοδος των κυμάτων με βάση το διάγραμμα είναι:

$$3T = (1,4 - 0,2)\text{s} \rightarrow T = 0,4 \text{ s} \quad \text{άρα} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 5\pi \text{ rad/s}, f = 2,5 \text{ Hz}$$

$$\text{και } v = \frac{\lambda}{T} \rightarrow \lambda = 2 \text{ m}.$$

**Από  $[0 - 0,2) \text{ s}$**  στο σημείο  $\Sigma$  δεν έχει φθάσει κανένα από τα δύο κύματα, οπότε θα παραμένει ακίνητο.

**Από  $[0,2 - 1,4) \text{ s}$**  στο σημείο  $\Sigma$  έχει φθάσει μόνο το κύμα από την πηγή  $\Pi_2$ , οπότε θα κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του:

$$\psi = A \eta \mu 2\pi \left( \frac{at}{\lambda} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \rightarrow \psi = 5 \cdot 10^{-3} \eta \mu (5\pi t - 2\pi) \quad (\text{SI})$$

**Από  $1,4 \text{ s}$  και μετά** στο σημείο  $\Sigma$  έχουν φθάσει τα κύματα και από τις δύο πηγές, τα οποία συμβάλλουν, οπότε θα κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του:

$$\psi = 2A \text{ συν} \pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda} \eta \mu 2\pi \left( \frac{at}{\lambda} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) \rightarrow \psi = -10^{-2} \eta \mu (5\pi t - 4\pi) \quad (\text{SI})$$

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου  $\Sigma$  από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$\psi = 0$$

$$\psi = 5 \cdot 10^{-3} \eta\mu(5\pi t - 2\pi) \quad (\text{SI})$$

$$\psi = 10^{-2} \eta\mu(5\pi t - 3\pi) \quad (\text{SI})$$

$$\text{για } 0 \leq t < 0,2 \text{ s}$$

$$\text{για } 0,2 \leq t < 1,4 \text{ s}$$

$$\text{για } t \geq 1,4 \text{ s}$$

**Γ3.** Ο φελλός κάνει ΑΑΤ με  $D = m \omega^2$ . Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την απλή αρμονική ταλάντωση του φελλού:

$$K + U = E_{\text{ολ}} \rightarrow K = E_{\text{ολ}} - U \rightarrow \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} D y^2 = \frac{1}{2} D (2A)^2 \rightarrow$$

$$m \dot{y}^2 + m \omega^2 y^2 = m \omega^2 (2A)^2 \rightarrow \dot{y}^2 = \omega^2 [(2A)^2 - y^2] \rightarrow v_1 = \omega \sqrt{(2A)^2 - y_1^2} \rightarrow v_1 = 5\pi \sqrt{(4 \cdot 25 \cdot 10^{-6} - 25 \cdot 3 \cdot 10^{-6})} = 25\pi \cdot 10^{-3} \text{ m/s}.$$

$$\Gamma 4. \omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \frac{1}{9} \quad f = \frac{1}{9} \omega.$$

$$v = \text{σταθ.} \quad \text{άρα } \lambda_1 f_1 = v \rightarrow \lambda_1 \frac{1}{9} f = v \rightarrow \lambda_1 = 1,8 \text{ m}.$$

Το νέο πλάτος της ταλάντωσης του φελλού θα είναι:

$$A_1 = 2A \left| \sin \frac{r_2 - r_1}{\lambda_1} \right| = 10 \cdot 10^{-3} \left| \sin \frac{10p}{3} \right| \rightarrow A_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

$$\text{Άρα } \frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} m V_{1,\text{max}}^2}{\frac{1}{2} m V_{2,\text{max}}^2} = \frac{\omega^2 (2A)^2}{\omega_1^2 A_1^2} = \frac{\omega^2 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot \frac{1}{81}} = \frac{4 \cdot 81}{100} \rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{81}{25}.$$

### Θέμα Δ

**Δ1.** Η ράβδος ισορροπεί, άρα:

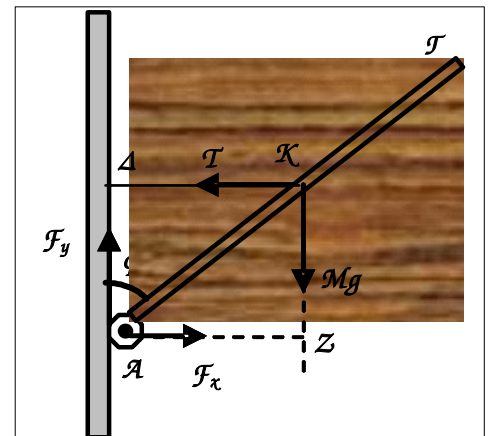
$$\Sigma \tau(A) = 0 \rightarrow T(A\Delta) - Mg(AZ) = 0 \rightarrow$$

$$T \cdot 2 \sin \varphi = Mg \cdot 2 \eta\mu \varphi \rightarrow T = 42 \text{ N}.$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_x = T = 42 \text{ N}.$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_y = Mg = 56 \text{ N}.$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{42^2 + 56^2} = \sqrt{1764 + 3136} = \sqrt{4900} \rightarrow$$



$$F = 70 \text{ N.}$$

$$\frac{F_y}{F_x} = \frac{4}{3}$$

$$\epsilon\phi\theta = \frac{F_x}{F}$$

**Δ2. Η σφαίρα κάνει ομαλά επιβραδυνόμενη κύλιση χωρίς ολίσθηση.**

Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου έχουμε:

$$\Sigma \tau_c^r = m \alpha_{cm}^r \rightarrow T - mg \sin\phi = m \alpha_{cm} \quad (1)$$

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma \tau = I_{cm} \alpha_y \rightarrow -T r = \frac{2}{5} m r^2 \alpha_y \rightarrow -T = \frac{2}{5} m r \alpha_y \quad (2)$$

$$\text{Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: } \alpha_{cm} = \alpha_y r \quad (3)$$

$$\text{Η σχέση (2) λόγω της σχέσης (3) γίνεται: } -T = \frac{2}{5} m \alpha_{cm} \quad (4)$$

Προσθέτοντας τις (1) και (4) κατά μέλη παίρνουμε:

$$-mg \sin\phi = \frac{7}{5} m \alpha_{cm} \rightarrow \alpha_{cm} = -\frac{5g \sin\phi}{7} \rightarrow \alpha_{cm} = -\frac{40}{7} \text{ m/s}^2.$$

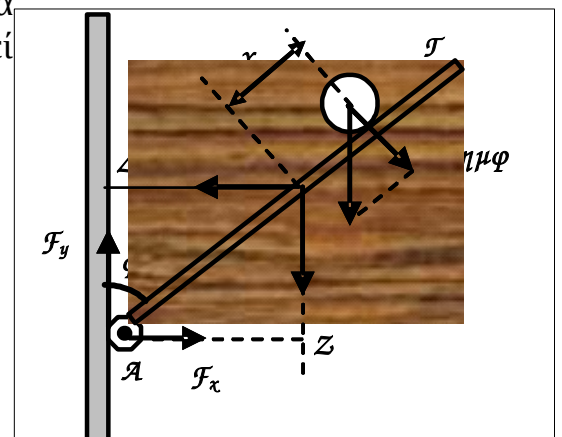
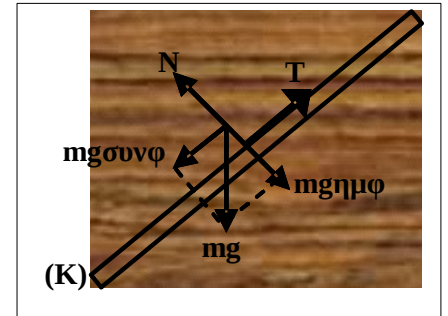
$$\alpha_{cm} = \alpha_y r \rightarrow \alpha_y = \frac{\alpha_{cm}}{r} = -400 \text{ rad/s}^2.$$

**Δ3.** Έστω ότι η σφαίρα έχει μετατοπιστεί κατά  $\chi$  από το σημείο K. Επειδή η ράβδος ισορροπεί ισχύει:

$$\Sigma \tau(A) = 0 \rightarrow$$

$$T(A\Delta) - Mg(AZ) - mg \eta\mu\phi \left( \frac{1}{2} + \chi \right) = 0 \rightarrow$$

$$T \frac{1}{2} \sin\phi = Mg \frac{1}{2} \eta\mu\phi + mg \eta\mu\phi \left( \frac{1}{2} + \chi \right) \rightarrow$$



$$0,8 T = 56 \cdot 0,6 + 2,4(1 + \chi) \rightarrow$$

$$T = 3\chi + 45 \quad (0 \leq \chi \leq 1 \text{ m}).$$

**Δ4.** Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ για να υπολογίσουμε την γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  της ράβδου όταν σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με την κατακόρυφο που διέρχεται από το άκρο Α.

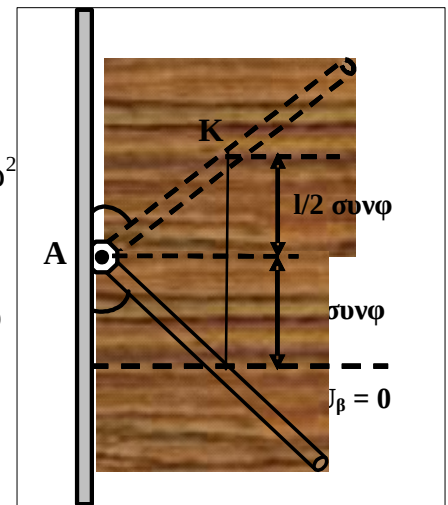
$$E_{\mu\chi}^{\alpha\rho\chi} = E_{\mu\chi}^{\tau\epsilon\lambda} \rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \rightarrow$$

$$0 + Mg \ell \sin\varphi = \frac{1}{2} I_p \omega^2 + 0 \rightarrow 56 \cdot 2 \cdot 0,8 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 5,6 \cdot 4 \omega^2$$

$$\rightarrow \omega = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \text{ rad/s}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma \tau \omega \rightarrow \frac{dK}{dt} = Mg \frac{\ell}{2} \eta_{\mu\varphi} \omega = 67,2 \sqrt{6} \text{ J/s}.$$



**Δ5.** Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής για την πλαστική κρούση.

$$L_{\text{συστηματος}}^{\alpha\rho\chi} = L_{\text{συστηματος}}^{\tau\epsilon\lambda} \rightarrow \frac{1}{3} M \ell^2 \omega + 0 = \left( \frac{1}{3} M \ell^2 + \frac{1}{3} 3M \ell^2 \right) \omega' \rightarrow$$

$$\omega = 4 \omega' \rightarrow \omega' = \frac{\omega}{4}.$$

Το ποσοστό απώλειας κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{K_{\alpha\rho\chi}^{\text{συστ}} - K_{\tau\epsilon\lambda}^{\text{συστ}}}{K_{\alpha\rho\chi}^{\text{συστ}}} 100\% = \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{3} M \ell^2 \omega^2 - \frac{1}{2} \frac{1}{3} 4M \ell^2 \frac{\omega^2}{16}}{\frac{1}{2} \frac{1}{3} M \ell^2 \omega^2} 100\% =$$

$$\left( 1 - \frac{1}{4} \right) 100\% = 75\%.$$

ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΕ Ο ΤΟΜΕΑΣ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΤΩΝ  
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ

|                                |
|--------------------------------|
| <b>«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ</b> |
|--------------------------------|

ΖΑΒΟΣ Δ. – ΗΜΕΛΛΟΣ Μ. – ΚΑΛΑΝΤΖΗΣ Π.