

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017**

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **A1-A4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.

A1. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων ισχύει ότι:

- α)** η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή.
- β)** η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων αυξάνεται.
- γ)** η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή.
- δ)** η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

A2. Σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Παρατηρείται ότι για δύο διαφορετικές συχνότητες f_1 και f_2 του διεγέρτη με $f_1 < f_2$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίδιο. Για την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος ισχύει:

- α)** $f_0 < f_1$.
- β)** $f_0 > f_2$.
- γ)** $f_1 < f_0 < f_2$.
- δ)** $f_1 = f_0$.

Μονάδες 5

A3. Σε μία φλέβα ρέει ιδανικό ρευστό. Όταν σε μια περιοχή του υγρού οι ρευματικές γραμμές πυκνώνουν, τότε:

- α)** η ταχύτητα ροής αυξάνεται και η πίεση ελαττώνεται
- β)** η παροχή της φλέβας αυξάνεται και η πίεση αυξάνεται
- γ)** η παροχή της φλέβας ελαττώνεται και η πίεση ελαττώνεται
- δ)** η ταχύτητα ροής αυξάνεται και η πίεση αυξάνεται.

Μονάδες 5

A4. Διακρότημα δημιουργείται μετά από σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, όταν οι ταλαντώσεις έχουν:

- α)** ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες
- β)** διαφορετικά πλάτη και ίσες συχνότητες
- γ)** διαφορετικά πλάτη και διαφορετικές συχνότητες
- δ)** ίσα πλάτη και συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους.

Μονάδες 5

A5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

α) Η εξίσωση της συνέχειας είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας στη ροή των ιδανικών ρευστών.

β) Η ροπή μιας δύναμης $\vec{F}$ ως προς τον άξονα περιστροφής είναι μηδέν, όταν ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής.

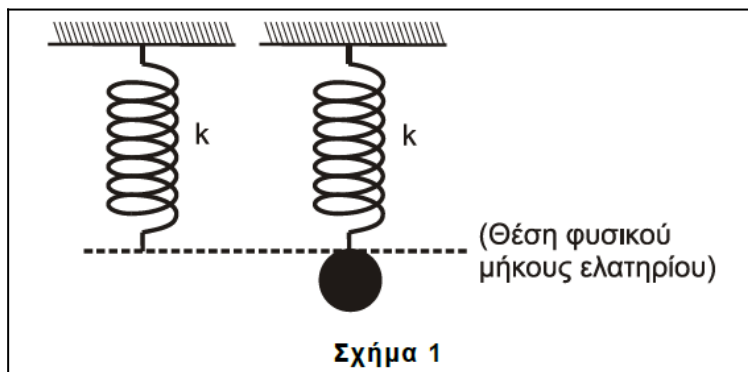
γ) Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας, ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.

δ) Η κίνηση ενός τροχού που κυλίεται είναι αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.

ε) Σε ένα στάσιμο κύμα, που έχει δημιουργηθεί σε ένα ελαστικό μέσο, η απόσταση δύο διαδοχικών κοιλιών είναι ίση με ένα μήκος κύματος λ .

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου και ενώ αυτό βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους, στερεώνεται μάζα m . Από τη θέση αυτή το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης του σώματος είναι ίση με:

- i. $\frac{m^2 g^2}{k}$ ii. $\frac{2 m^2 g^2}{k}$ iii.

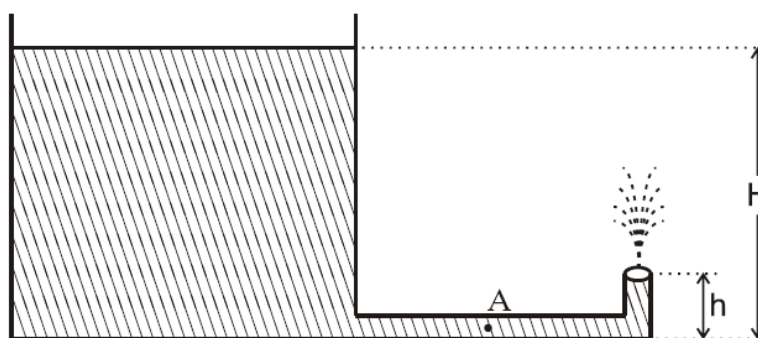
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

B2. Ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο με κατακόρυφα τοιχώματα περιέχει νερό μέχρι ύψους H . Από τον πυθμένα του πλευρικού τοιχώματος του δοχείου



Σχήμα 2

εξέρχεται λεπτός κυλινδρικός σωλήνας σταθερής διατομής. Ο σωλήνας είναι αρχικά οριζόντιος και στη συνέχεια κάμπτεται, ώστε να γίνει κατακόρυφος προς τα πάνω. Το άνοιγμα του σωλήνα βρίσκεται σε ύψος $h = \frac{H}{5}$ πάνω από το επίπεδο του πυθμένα του δοχείου, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.

Να θεωρήσετε ότι:

- η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη του νερού στο ανοιχτό δοχείο είναι αμελητέα
- το νερό συμπεριφέρεται ως ιδανικό ρευστό
- η ατμοσφαιρική πίεση παραμένει σταθερή.

Το μέτρο της ταχύτητας v_A με την οποία ρέει το νερό στο σημείο Α του οριζόντιου σωλήνα είναι ίσο με:

i. $\sqrt{2gh}$

ii. $\sqrt{10gh}$

iii. $2\sqrt{2gh}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

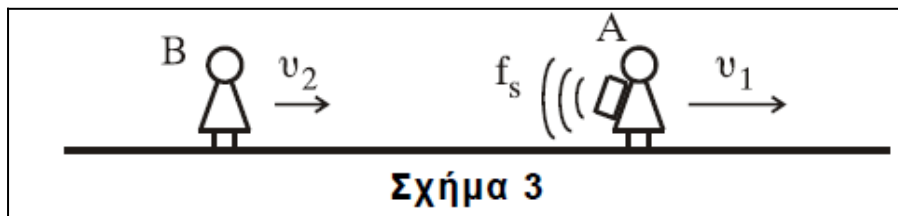
Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

B3. Οι παρατηρητές Α και Β κινούνται στην ίδια οριζόντια κατεύθυνση με

ταχύτητες μέτρου $v_1 = \frac{v_{\eta\chi}}{5}$ και $v_2 = \frac{v_{\eta\chi}}{10}$ αντίστοιχα. Στην πλάτη του παρατηρητή Α είναι στερεωμένη ηχητική πηγή, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.



Η ηχητική πηγή εκπέμπει συνεχώς ήχο σταθερής συχνότητας f_s , ο οποίος διαδίδεται στον αέρα με ταχύτητα $v_{\eta\chi}$. Ο παρατηρητής Β αντιλαμβάνεται τον ήχο της ηχητικής πηγής με συχνότητα ίση με:

i. $\frac{9}{12} f_s$

ii.

iii.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται χωρίς απώλειες ενέργειας σε γραμμικό ελαστικό μέσο (χορδή) που ταυτίζεται με τον ημιάξονα Ox , προς τη θετική κατεύθυνση. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στο άκρο O ($x = 0$) του

ημιάξονα Ox του ελαστικού μέσου. Η πηγή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε εξίσωση απομάκρυνσης $y = A \eta\mu\omega t$.

Στοιχειώδης μάζα $\Delta m = 10^{-6} \text{ Kg}$ του ελαστικού μέσου έχει ενέργεια ταλάντωσης $E_T = 5\pi^2 10^{-7} \text{ J}$.

Το ελάχιστο χρονικό διάστημα για την απευθείας μετάβαση της στοιχειώδους μάζας Δm του ελαστικού μέσου από την κάτω ακραία θέση ταλάντωσης της μέχρι την επάνω ακραία θέση ταλάντωσης της είναι $\Delta t = 0,4 \text{ s}$.

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση $\Delta x = 4 \text{ cm}$.

Γ1. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος (μονάδες 2), το μήκος κύματος του κύματος (μονάδες 2) και το πλάτος ταλάντωσης της στοιχειώδους μάζας Δm (μονάδες 3).

Μονάδες 7

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος (μονάδες 2) και να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,4 \text{ s}$ (μονάδες 4).

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της στοιχειώδους μάζας Δm , όταν η απομάκρυνσή της από τη θέση ισορροπίας της είναι $y = 0,2 \text{ m}$.

Μονάδες 6

Δύο σημεία P και Σ της χορδής έχουν διαφορά φάσης $\varphi_P - \varphi_\Sigma = \frac{\pi}{2}$.

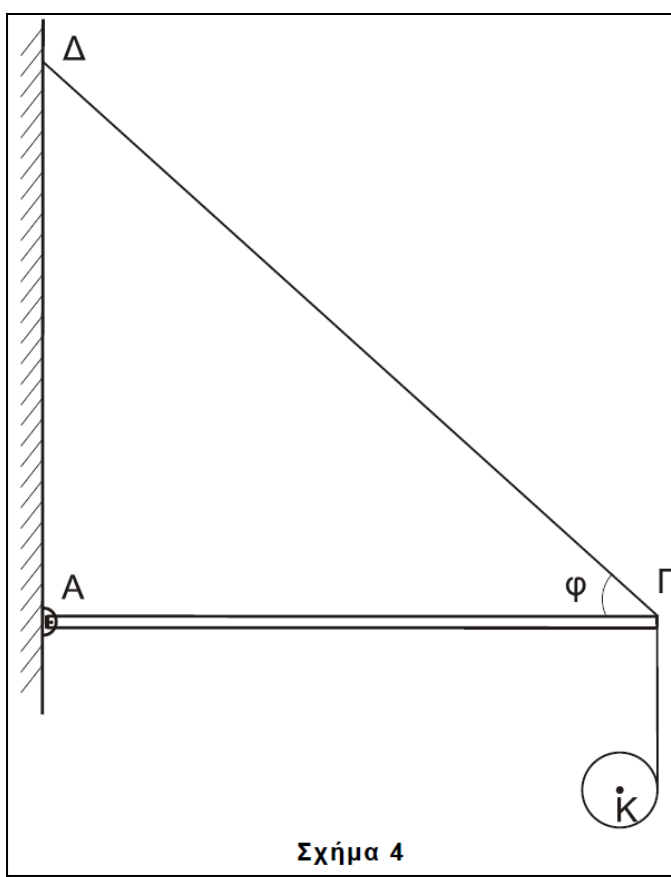
Γ4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του Σ , όταν η απομάκρυνση του σημείου P από τη θέση ισορροπίας του είναι $y_P = 0,4 \text{ m}$.

Μονάδες 6

Όπου εμφανίζεται το π να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

ΘΕΜΑ Δ

Μία ομογενής άκαμπτη ράβδος $ΑΓ$ σταθερής διατομής έχει μάζα $M = 4 \text{ Kg}$. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και το άκρο της A συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ της ράβδου συνδέεται μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος $\Gamma\Delta$ με τον κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ . Γύρω από ένα λεπτό ομογενή δίσκο κέντρου K , μάζας $m = 2 \text{ Kg}$ και ακτίνας $R = 0,1 \text{ m}$ είναι τυλιγμένο πολλές φορές ένα λεπτό μη εκτατό αβαρές νήμα. Το ελεύθερο άκρο



Σχήμα 4

του νήματος έχει στερεωθεί στο άκρο Γ της ράβδου ΑΓ, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο δίσκος αφήνεται να κινηθεί και το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου, καθώς αυτός κατέρχεται.

Μονάδες 6

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος ΑΓ στο άκρο της Γ από το νήμα ΓΔ, όταν ο δίσκος κατέρχεται.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή που το κέντρο μάζας Κ του δίσκου έχει κατέλθει κατακόρυφα κατά $h_1 = 0,3 \text{ m}$ το νήμα που συνδέει το δίσκο με τη ράβδο κόβεται.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, μετά από χρονικό διάστημα Δt από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε το λόγο της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφικής κίνησης προς την κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης του δίσκου μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t' = 0,1 \text{ s}$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Μονάδες 7

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_{\text{cm}} = \frac{1}{2} m R^2$.
- $\eta\mu\phi = 0,8$, $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,6$.
- άξονας περιστροφής του δίσκου παραμένει συνεχώς οριζόντιος και κινείται με κατακόρυφη τροχιά σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του
- ο δίσκος δεν φτάνει στο έδαφος στη διάρκεια του φαινομένου.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
ΘΕΜΑ Α

- A1 → δ
A2 → γ
A3 → α
A4 → δ
A5. (α) Λ (β) Σ (γ) Σ (δ) Σ (ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. α) Σωστή απάντηση είναι η ii.

β) Το σύστημα ελατηρίου - σώματος θα κάνει ΑΑΤ με $D = k = m \omega^2$ και πλάτος $A = \Delta \ell_0$ όπου $\Delta \ell_0$ η αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου.

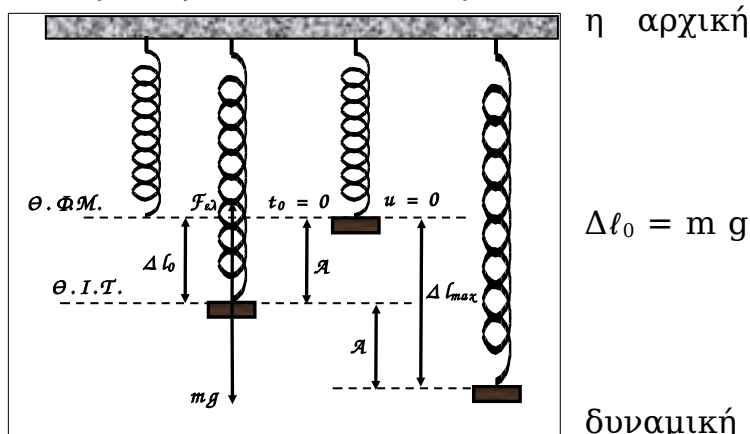
Εφαρμόζοντας συνθήκη ισορροπίας στη Θ.Ι.Τ. παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F_{ελ} = m g \rightarrow k$$

→

$$\Delta \ell_0 = \frac{mg}{k}$$

Το ελατήριο θα αποκτήσει τη μέγιστη ενέργεια όταν αποκτήσει την μέγιστη επιμήκυνση. Αυτό θα συμβεί στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσης όπου:



$$\Delta \ell_{\max} = 2A = 2 \Delta \ell_0 = 2 \frac{mg}{k} \quad \text{άρα} \quad U_{\text{ελ}}^{\max} = \frac{1}{2} k x_{\max}^2 = \frac{1}{2} k 4 \frac{m^2 g^2}{k^2} \rightarrow U_{\text{ελ}}^{\max} = \frac{2m^2 g^2}{k}.$$

B2. α) Σωστή απάντηση είναι η iii.

β) Εφαρμόζουμε Bernoulli κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής από την επιφάνεια του υγρού έως το σημείο Γ που βρίσκεται στο στόμιο του σωλήνα:

$$\rightarrow p_{\text{atm}} + \rho g H + 0 = p_{\text{atm}} + \rho g \frac{H}{5} + \frac{1}{2} \rho v_{\Gamma}^2 \rightarrow v_{\Gamma}^2 = 2g \frac{4H}{5} - \frac{H}{5} \rightarrow v_{\Gamma}^2 = 8gh$$

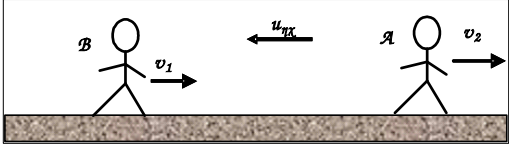
$$v_{\Gamma} = \sqrt{8gh} = 2\sqrt{2gh}$$

Όμως η παροχή στο σωλήνα είναι σταθερή, άρα $A_A v_A = A_{\Gamma} v_{\Gamma}$.

$$\text{Επειδή } A_{\Gamma} = A_A = A \text{ θα είναι } v_{\Gamma} = v_A = 2\sqrt{2gh}.$$

B3. α) Σωστή απάντηση είναι η ii.

β) Ο παρατηρητής Β αντιλαμβάνεται τον ήχο που εκπέμπει η πηγή S με συχνότητα :

$$\rightarrow f_B = \frac{v + v_2}{v + v_1} f_s \rightarrow f_B = \frac{v + v_2}{v + v_1} f_s$$


$$\rightarrow f_B = \frac{v + v_2}{v + v_1} f_s = \frac{v + v_2}{v + v_1} f_s$$

$$f_B = \frac{v + v_2}{v + v_1} f_s = \frac{v + v_2}{v + v_1} f_s$$

$$f_B = \frac{v + v_2}{v + v_1} f_s = \frac{v + v_2}{v + v_1} f_s$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το ελάχιστο χρονικό διάστημα που χρειάζεται μια στοιχειώδης μάζα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση για να πάει από τη κάτω ακραία θέση στην επάνω ακραία θέση της ταλάντωσης της είναι:

$$\Delta t = \frac{T}{2} \rightarrow T = 2 \cdot 0,4 \rightarrow T = 0,8 \text{ s} = \frac{4}{5} \text{ s}.$$

Το κύμα στο παραπάνω χρονικό διάστημα $\Delta t = 0,4 \text{ s}$ έχει διαδοθεί σε απόσταση $\Delta x = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$. Άρα:

$$\Delta x = v \Delta t \rightarrow v = 0,1 \text{ m/s} \quad \text{και} \quad \lambda = v T = 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Η στοιχειώδης μάζα Δm κάνει ΑΑΤ με:

$$D = \Delta m \omega^2 = \Delta m \frac{2\pi}{T}^2 = 10^{-6} \frac{25}{4} \pi^2 \text{ N/m}.$$

$$\text{Άρα } E_t = \frac{1}{2} D A^2 \rightarrow A = \sqrt{\frac{2 E_t}{D}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{-7}}{\frac{25}{4} \pi^2 10^{-6}}} = \sqrt{\frac{4}{25}} \rightarrow A = 0,4 \text{ m}.$$

Γ2. Η εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι: $y = 0,4 \eta\mu 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$ **(S.I.)**.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,4 \text{ s}$ το κύμα έχει φθάσει στο σημείο που απέχει:

$$x_1 = v t_1 = 0,14 \text{ m από την πηγή.}$$

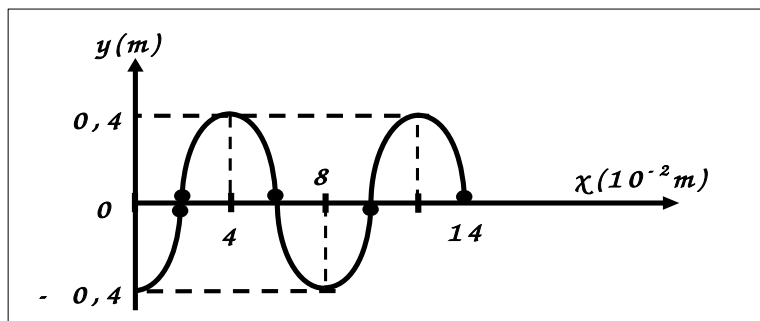
Η εξίσωση του κύματος την παραπάνω χρονική στιγμή γράφεται:

$$y = 0,4 \eta\mu 2\pi(1,75 - 12,5x) = 0,4 \eta\mu(3,5\pi - 25\pi x) \text{ με } x \leq 0,14 \text{ m}$$

$$\text{Για } x = 0 \text{ m} \rightarrow y = -0,4 \text{ m}$$

$$\text{για } x = \frac{\lambda}{4} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \rightarrow y = 0 \text{ m}$$

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,4 \text{ s}$ είναι:



Γ3. Η στοιχειώδης μάζα Δm κάνει ΑΑΤ με $D = \frac{25}{4} \pi^2 10^{-6} \text{ N/m}$ άρα μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης:

$$K + U = E_{\text{ολ}} \rightarrow K = E_{\text{ολ}} - U \rightarrow K = \frac{1}{2} D A^2 - \frac{1}{2} D y^2 = \frac{1}{2} D (A^2 - y^2) \rightarrow$$

$$\mathbf{K = 3,75\pi^2 10^{-7} \text{ J.}}$$

Γ4. Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων που κάνουν τα σημεία Ρ και Σ είναι:

$$\Delta\varphi = \varphi_P - \varphi_\Sigma = \frac{\frac{\pi}{2}}{2} \text{ rad.}$$

$$\text{Όμως } \Delta\varphi = \omega \Delta t \rightarrow \frac{\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\frac{\pi}{2}}{T} \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}.$$

Άρα όταν το σημείο Ρ αποκτά τη μέγιστη θετική απομάκρυνση $y_P = 0,4 \text{ m}$ το σημείο Σ βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και κινείται προς τα αρνητικά, οπότε η ταχύτητα του είναι:

$$V_\Sigma = -V_{\text{max}} = \omega A = \frac{\frac{\pi}{2}}{T} A = -2,5\pi \cdot 0,4 \rightarrow \mathbf{V_\Sigma = -\pi \text{ m/s.}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ο δίσκος θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση:

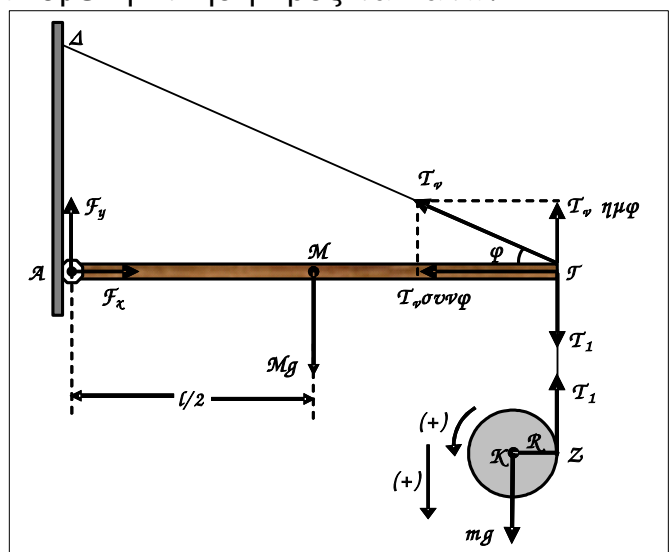
- ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση προς τα κάτω.
- ομαλά επιταχυνόμενη (αριστερόστροφη) στροφική κίνηση γύρω από ελεύθερο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.

Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου:

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_{\text{cm}} \rightarrow$$

$$mg - T_1 = m a_{\text{cm}} \quad (1)$$

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:



$$\Sigma \tau_{(K)} = I_{cm} \alpha_{\gamma} \rightarrow T_1 R = \frac{1}{2} m R^2 \alpha_{\gamma} \rightarrow T_1 = \frac{1}{2} m R \alpha_{\gamma} \quad (2)$$

Επειδή το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στην επιφάνεια του δίσκου όλα τα σημεία του έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα άρα και την ίδια επιτάχυνση, δηλαδή: $\alpha_Z = \alpha_{\Gamma} \rightarrow \alpha_{cm} - \alpha_{\gamma} R = 0 \rightarrow \alpha_{cm} = \alpha_{\gamma} R \quad (3)$

$$(1) + (2) - (3) \rightarrow mg = m \alpha_{cm} + \frac{1}{2} m \alpha_{cm} \rightarrow mg = \frac{3}{2} m \alpha_{cm} \rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2g}{3} = \frac{20}{3} \text{ m/s}^2.$$

Δ2. Από τη σχέση $(2) - (3) \rightarrow T_1 = \frac{1}{2} m R \frac{\alpha_{cm}}{R} = \frac{1}{2} m \frac{2}{3} \frac{20}{3} \rightarrow T_1 = \frac{20}{3} \text{ N}.$

Για την ισορροπία της ράβδου ισχύει:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \rightarrow Mg \ell/2 + T_1 \ell - T_{\nu} \eta \mu \phi \ell = 0 \rightarrow 20 + \frac{20}{3} = 0,8 T_{\nu} \rightarrow T_{\nu} = \frac{100}{3} \text{ N}.$$

Δ3. Το κέντρο μάζας του δίσκου έχει πέσει κατά $h_1 = 0,3 \text{ m}$ τη χρονική στιγμή:

$$h_1 = \frac{1}{2} a_{cm} t_1^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 h_1}{a_{cm}}} = \sqrt{\frac{0,6}{\frac{20}{3}}} = \sqrt{0,09} \rightarrow t_1 = 0,3 \text{ s}.$$

Αυτή τη στιγμή η ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου είναι:

$$v_{cm(1)} = a_{cm} t_1 = \frac{20}{3} \cdot 0,3 \rightarrow v_{cm} = 2 \text{ m/s}$$

$$\text{και η γωνιακή του ταχύτητα } \omega_1 = \frac{v_{cm(1)}}{R} = 20 \text{ rad/s}.$$

Όταν κοπεί το νήμα, στον δίσκο ασκείται, πλέον, μόνο η δύναμη του βάρους. Το βάρος δε μπορεί να ασκήσει ροπή στον δίσκο, άρα δε μπορεί να μεταβάλλει τη γωνιακή του ταχύτητα.

Επομένως, ο δίσκος θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση:

► ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση ίση με g και αρχική ταχύτητα $v_{cm(1)} = 2 \text{ m/s}$,

► ομαλή στροφική κίνηση με τη γωνιακή ταχύτητα ($\omega_1 = 20 \text{ rad/s}$) που είχε αποκτήσει τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Άρα, μετά την πάροδο χρόνου Δt από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα (όπως και κάθε άλλη στιγμή μετά την κοπή του νήματος), η στροφορμή του κυλίνδρου θα είναι:

$$L = I_{\text{cm}} \omega_1 = \frac{1}{2} m R^2 \omega_1 = 0,01 \cdot 20 \rightarrow L = 0,2 \text{ Kg m}^2/\text{s}.$$

Δ4. Μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t' = 0,1 \text{ s}$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα η μεταφορική ταχύτητα v του δίσκου είναι:

$$v = v_{\text{cm}(1)} + g \Delta t' = 2 + 1 \rightarrow v = 3 \text{ m/s}$$

ενώ η γωνιακή του ταχύτητα παραμένει σταθερή και ίση με αυτή που είχε αποκτήσει τη στιγμή που κόπηκε το νήμα δηλαδή $\omega_1 = 20 \text{ rad/s}$.

Οπότε, ο λόγος της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφής προς την κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής του δίσκου είναι:

$$\frac{K_{\text{περ}}}{K_{\text{μετ}}} = \frac{\frac{1}{2} I_{\text{cm}} \omega_1^2}{\frac{1}{2} m v^2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m R^2 \omega_1^2}{\frac{1}{2} m v^2} = \frac{\frac{1}{2} R^2 \omega_1^2}{v^2} = \frac{2}{9} \rightarrow \frac{K_{\text{περ}}}{K_{\text{μετ}}} = \frac{2}{9}$$