

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΚΥΡΙΑΚΗ 26 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2009

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

Θέμα 1^ο

1. β 2. γ 3. β 4. δ
5. α) Σ β) Σ γ) Σ δ) Λ ε) Λ

Θέμα 2^ο

1. Σωστή είναι η β.

Η κινητική ενέργεια της σφαίρας (1) είναι:

$$K_1 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 \quad \overset{I_1 = I \omega_1 \rightarrow \omega_1 = \frac{I_1}{I}}{\rightarrow} \quad K_1 = \frac{1}{2} I_1 \frac{I_1^2}{I_1^2} \rightarrow K_1 = \frac{I_1^2}{2 I_1^2}$$

Η κινητική ενέργεια της σφαίρας (2) είναι:

$$K_2 = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 \quad \overset{I_2 = I \omega_2 \rightarrow \omega_2 = \frac{I_2}{I}}{\rightarrow} \quad K_2 = \frac{1}{2} I_2 \frac{I_2^2}{I_2^2} \rightarrow K_2 = \frac{I_2^2}{2 I_2^2}$$

Από τη σχέση μεταξύ των κινητικών ενεργειών των δύο σφαιρών έχουμε:

$$K_1 = 2 K_2 \rightarrow \frac{I_1^2}{2 I_1^2} = 2 \frac{I_2^2}{2 I_2^2} \rightarrow \frac{I_1^2}{2 I_1^2} = 2 \frac{I_2^2}{2 I_2^2} \rightarrow I_1^2 = 4 I_2^2 \rightarrow I_1 = 2 I_2 .$$

2. Λ. Σωστή είναι η β.

$$\text{Για το κύκλωμα } L_1 C_1 \text{ ισχύει: } I_1 = \omega_1 Q_1 \rightarrow I_1 = \frac{\omega_1}{T_1} Q_1 .$$

$$\text{Για το κύκλωμα } L_2 C_2 \text{ ισχύει: } I_2 = \omega_2 Q_2 \rightarrow I_2 = \frac{\omega_2}{T_2} Q_2 .$$

$$\text{Όμως: } I_1 = 2 I_2 \rightarrow \frac{\omega_1}{T_1} Q_1 = 2 \frac{\omega_2}{T_2} Q_2 \rightarrow \frac{\omega_1}{2 T_2} = 2 \frac{\omega_2}{T_2} \rightarrow Q_1 = 4 Q_2 .$$

B. Σωστή είναι η γ.

Για το κύκλωμα $L_1 C_1$ ισχύει: $E_1 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2$.

Για το κύκλωμα $L_2 C_2$ ισχύει: $E_2 = \frac{1}{2} L_2 I_2^2$.

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2} L_1 I_1^2}{\frac{1}{2} L_2 I_2^2} \rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{L_1 I_1^2}{L_2 I_2^2} \rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{4 \cancel{L_1} 4 \cancel{I_1^2}}{\cancel{L_2} \cancel{I_2^2}} \rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 16 \rightarrow$$

Άρα έχουμε:
 $E_1 = 16 E_2$.

3. Α. Σωστή είναι η γ.

Αφού η κρούση είναι ελαστική ισχύει από την αρχή διατήρησης της κινητικής ενέργειας:

$$K_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}} = K_{\text{τελ}}^{\text{συστ}} \rightarrow K_1^{\text{αρχ}} + K_2^{\text{αρχ}} = K_1^{\text{τελ}} + K_2^{\text{τελ}} \rightarrow \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 \frac{u_1^2}{4} + K_2^{\text{τελ}} \rightarrow$$

$$K_2^{\text{τελ}} = \frac{1}{2} m_1 \frac{u_1^2}{4} = \frac{1}{8} m_1 u_1^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} m_1 u_1^2 = \frac{3}{4} K_1^{\text{αρχ}} \rightarrow K_2^{\text{τελ}} = \frac{3}{4} K_1^{\text{αρχ}}$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της μάζας m_1 που μεταφέρεται στη μάζα m_2 είναι:

$$\frac{K_2^{\text{τελ}}}{K_1^{\text{αρχ}}} \cdot 100\% = \frac{\frac{3}{4} K_1^{\text{αρχ}}}{K_1^{\text{αρχ}}} \cdot 100\% = 75\%$$

B. Σωστή είναι η α.

Για να αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής μεγαλύτερη συχνότητα από αυτή που εκπέμπει η πηγή θα πρέπει η μάζα m_1 να κινείται προς τον παρατηρητή, οπότε η φορά της μάζας m_1 θα πρέπει να αντιστρέφεται. Συνεπώς από τους τύπους της μετωπικής ελαστικής κρούσης θα έχουμε:

$$-\frac{u_1}{2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \rightarrow m_1 + m_2 = -2m_1 + 2m_2 \rightarrow 3m_1 = m_2 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

Θέμα 3^ο

A. α. Το πλάτος της ταλάντωσης των σημείων του μέσου είναι: $A = 0,03 \text{ m}$.

Η μέγιστη επιτάχυνση των σημείων του μέσου δίνεται από τη σχέση: $\alpha_{\max} = \omega^2 A$.

$$\text{Άρα: } \omega^2 = \frac{\alpha_{\max}}{A} = \frac{100}{0,03} = 100 \pi^2 \rightarrow \omega = 10\pi \text{ rad/s.}$$

$$\text{Η συχνότητα του κύματος είναι: } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} \text{ Hz} \rightarrow \mathbf{f = 5 \text{ Hz}}$$

$$\text{Η εξίσωση του κύματος είναι: } \psi = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

$$\text{Αντιστοιχίζοντας στην εξίσωση του στιγμιότυπου: } \psi = 0,03 \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \quad (\text{S.I.})$$

$$\text{έχουμε ότι: } 2\pi \frac{x}{\lambda} = 2\pi x \rightarrow \mathbf{\lambda = 1 \text{ m.}}$$

Για την ταχύτητα διάδοσης του κύματος, σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής, ισχύει: $v = \lambda f \rightarrow \mathbf{v = 5 \text{ m/s.}}$

β. Η περίοδος του κύματος είναι: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} \rightarrow T = 0,2 \text{ s.}$ Αντιστοιχίζοντας την εξίσωση του κύματος με την εξίσωση του στιγμιότυπου έχουμε ότι:

$$2\pi \frac{t_1}{T} = \frac{3\pi}{2} \rightarrow t_1 = \frac{3T}{4} \rightarrow \mathbf{t_1 = 0,15 \text{ s.}}$$

Τη χρονική στιγμή t_1 το κύμα έχει διαδοθεί μέχρι την απόσταση:

$$x = v t_1 \rightarrow x = 0,75 \text{ m.}$$

Η εξίσωση του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,15 \text{ s}$ είναι:

$$\psi = 0,03 \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \quad (\text{S.I.}).$$

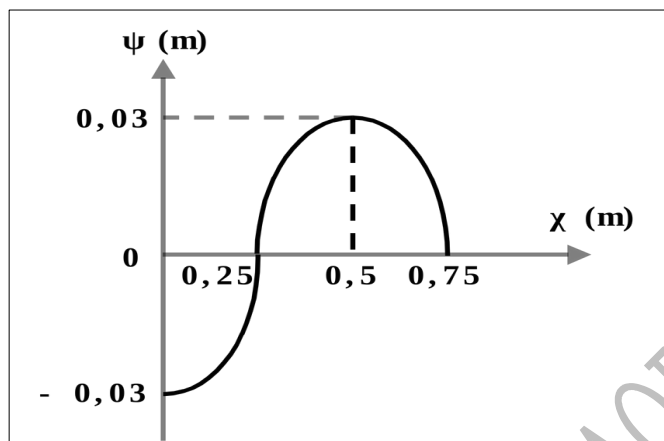
Η σχέση αυτή δίνει την απομάκρυνση όλων των σημείων του μέσου, από την πηγή έως το σημείο που απέχει $x = 0,75 \text{ m}$ από την πηγή, την χρονική στιγμή $t_1 = 0,15 \text{ s}$.

Σχηματίζουμε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

$x \text{ (m)}$	0	$\frac{\lambda}{4} = 0,25$	$\frac{\lambda}{2} = 0,5$	$\frac{3\lambda}{4} = 0,75$
-----------------	---	----------------------------	---------------------------	-----------------------------

ψ (m)	- 0,03	0	0,03	0
------------	--------	---	------	---

Με τη βοήθεια του πίνακα σχεδιάζουμε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,15$ s .



Β. α. Η απομάκρυνση των σημείων του υγρού δίνεται από τον τύπο:

$$y = 2A \sin \frac{r_1 - r_2}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{at}{\lambda} - \frac{r_1 + r_2}{2} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \right)$$

όπου r_1 και r_2 οι αποστάσεις των σημείων του υγρού από τις πηγές Π_1 και Π_2 αντίστοιχα.

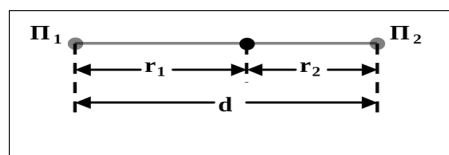
Άρα για $A = 0,03$ m , $\lambda = 1$ m και $T = 0,2$ s έχουμε ότι:

$$y = 0,06 \sin \pi(r_1 - r_2) \sin 2\pi \left(5t - \frac{r_1 + r_2}{2} \right) \quad (\text{S.I})$$

β. Για τα σημεία του ευθυγράμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ που λόγω συμβολής παραμένουν διαρκώς ακίνητα ισχύει:

$$r_1 - r_2 = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \frac{\lambda}{2} = 0,5 \text{ m} \rightarrow r_1 - r_2 = N + \frac{1}{2} \quad (\text{σε m}) \quad (1)$$

$$r_1 + r_2 = \Pi_1\Pi_2 = d \rightarrow r_1 + r_2 = 1 \text{ m} \quad (2)$$



Αθροίζω κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) και παίρνω:

$$2r_1 = N + \frac{1}{2} + 1 \rightarrow r_1 = \frac{N}{2} + \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow \text{Όμως } 0 < r_1 < \Pi_1 \Pi_2 \rightarrow 0 < \frac{N}{2} + \frac{3}{4} < 1 \rightarrow -0 < 2N + 3 < 4 \rightarrow -3 < 2N < 1$$

$$-\frac{3}{2} < N < \frac{1}{2} \rightarrow -1,5 < N < 0,5$$

Όμως το N είναι ακέραιος άρα οι τιμές που μπορεί να πάρει είναι: **N = -1, 0**

Άρα τα σημεία του ευθυγράμμου τμήματος $\Pi_1 \Pi_2$ που παραμένουν διαρκώς ακίνητα είναι δύο.

γ. Το σημείο N απέχει από την πηγή Π_2 απόσταση: $r_2 = d - r_1 \rightarrow r_2 = 0,75$ m.

Το κύμα από την πηγή Π_1 φτάνει στο σημείο N τη χρονική στιγμή:

$$t_{\Pi 1} = \frac{r_1}{v} = \frac{0,25}{5} \text{ s} \rightarrow t_{\Pi 1} = 0,05 \text{ s.}$$

Το κύμα από την πηγή Π_2 φτάνει στο σημείο N τη χρονική στιγμή:

$$t_{\Pi 2} = \frac{r_2}{v} = \frac{0,75}{5} \text{ s} \rightarrow t_{\Pi 2} = 0,15 \text{ s.}$$

Τη χρονική στιγμή $t = 0,1 \text{ s}$ έχει φτάσει στο σημείο N μόνο το κύμα από την πηγή Π_1 . Άρα το σημείο N εκτελεί ταλάντωση που οφείλεται μόνο στη διαταραχή από την πηγή Π_1 και η επιτάχυνσή του δίνεται από την εξίσωση:

$$\alpha = -\omega^2 A \eta \mu 2\pi \frac{v t - \frac{r_1}{v}}{\lambda} = -100 \pi^2 0,03 \eta \mu 2\pi \frac{0,1 - \frac{0,25}{5}}{0,2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \alpha = -30 \eta \mu 2\pi (0,5 - 0,25) \rightarrow \alpha = -30 \eta \mu (2\pi 0,25) = -30 \eta \mu (0,5\pi) = -30 \eta \mu \frac{\pi}{2}$$

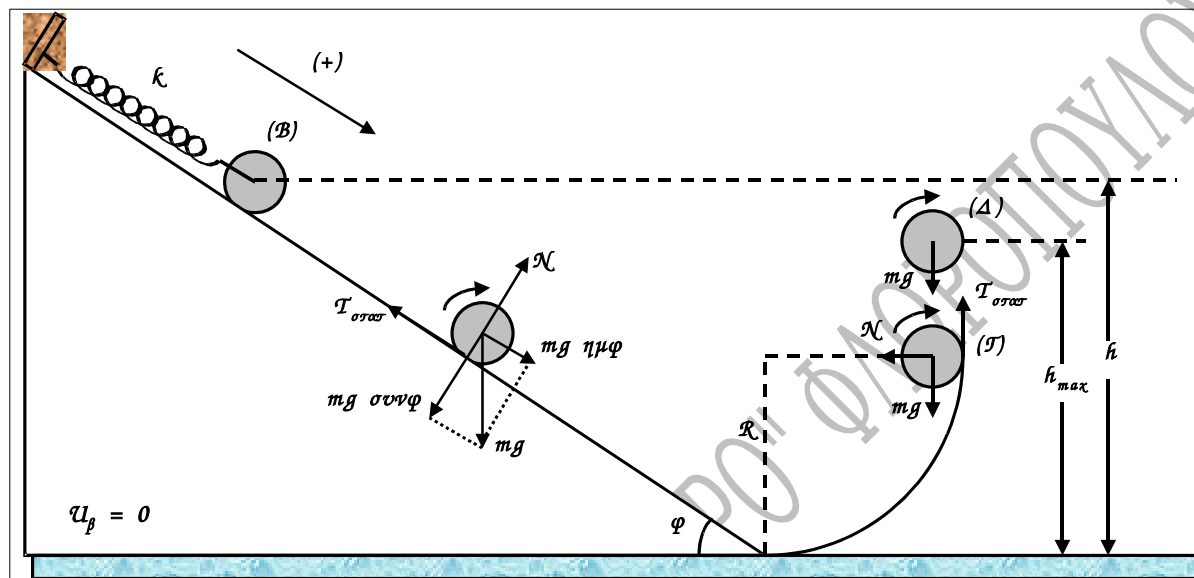
$$\rightarrow \alpha = -30 \text{ m/s}^2$$

Θέμα 4^ο

α) Ο ανιχνευτής καταγράφει την πραγματική συχνότητα που εκπέμπει η πηγή κάθε $\frac{T}{2}$ για την Α.Α.Τ. οπότε $\frac{T}{2} = \frac{1}{10} \rightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$ και $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \text{ rad/s.}$

Άρα η μάζα του δίσκου είναι: $D = \frac{2k}{3} = m \omega^2 \rightarrow 400 = 100 m \rightarrow \mathbf{m = 4 \text{ Kg.}}$

Το διάστημα που διανύει το κέντρο μάζας του δίσκου μεταξύ των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης, όπου η ταχύτητα του μηδενίζεται, είναι ίσο με το διπλάσιο του πλάτους της ταλάντωσης, άρα: $S = 2A \rightarrow 1 = 2A \rightarrow \mathbf{A = 0,5 \text{ m.}}$



Επειδή τη χρονική στιγμή που ξεκινά η ταλάντωση το ελατήριο έχει τη μέγιστη επιμήκυνσή του το σύστημα βρίσκεται σε ακραία θέση και μάλιστα στη μέγιστη θετική απομάκρυνση. Άρα η αρχική φάση είναι $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$

Συνεπώς η εξίσωση της απομάκρυνσης της Α.Α.Τ. που εκτελεί το κέντρο μάζας του δίσκου δίνεται από τη σχέση:

$$\chi = A \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \rightarrow \chi = 0,5 \eta\mu e^{i\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)} \quad (\text{S.I.})$$

β) Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου:

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{\alpha}_{\text{cm}} \rightarrow mg \eta\mu\varphi - T_{\text{στατ}} = m \alpha_{\text{cm}} \quad (1)$$

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma \tau = I \alpha_{\gamma} \rightarrow T_{\text{στατ}} r = \frac{1}{2} m r^2 \alpha_{\gamma} \rightarrow T_{\text{στατ}} = \frac{1}{2} m r \alpha_{\gamma} \quad (2)$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_y r$ (3)

Η σχέση (2) λόγω της σχέσης (3) γίνεται: $T_{στατ} = \frac{1}{2} m \alpha_{cm}$ (4)

Προσθέτοντας τις (1) και (4) κατά μέλη παίρνουμε:

$$mg \eta \mu \phi = \frac{3}{2} m \alpha_{cm} \rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2g \eta \mu \phi}{3} \rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2.$$

γ) Αφού η βαρυτική δυναμική ενέργεια του κέντρου μάζας του δίσκου στο σημείο που αποσπάται ο δίσκος από το ελατήριο ως προς τη βάση του κεκλιμένου δαπέδου είναι 16 φορές η μέγιστη κινητική ενέργεια του δίσκου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης θα έχουμε:

$$U_{αρχ} = 16 K_{ολ} \rightarrow mg h = 16 \left(\frac{1}{2} m v_{max}^2 + \frac{1}{2} I \omega_{max}^2 \right) \rightarrow mg h = 16 \left(\frac{1}{2} m u_{max}^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} m r^2 \omega_{max}^2 \right) \rightarrow mg h = 16 \frac{3}{4} m u_{max}^2 \rightarrow h = 12$$

$$\frac{u_{max}^2}{g}$$

Όμως $u_{max} = \omega A = 5 \text{ m/s}$ άρα **$h = 30 \text{ m}$.**

δ) Θα βρούμε την ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου στο σημείο (Γ) εφαρμόζοντας Α.Δ.Μ.Ε.

$$E_{μηχ}^{(B)} = E_{μηχ}^{(Γ)} \rightarrow K_{(B)} + U_{(B)} = K_{(Γ)} + U_{(Γ)} \rightarrow mg h = \frac{1}{2} m u_{Γ}^2 + \frac{1}{2} I \omega_{Γ}^2 + mg R \rightarrow mg h = \frac{1}{2} m u_{Γ}^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} m r^2 \omega_{Γ}^2 + mg R \rightarrow g h - g R = \frac{1}{2} u_{Γ}^2 + \frac{1}{4} u_{Γ}^2 \rightarrow 300 - 30 = \frac{3}{4} u_{Γ}^2 \rightarrow u_{Γ} = \sqrt{360} = 60 \text{ m/s}.$$

Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο στο σημείο (Γ) για την κυκλική κίνηση του κέντρου μάζας του στερεού σώματος όταν αυτό εισέρχεται στο τεταρτοκύκλιο και παίρνουμε:

$$\Sigma F_R = m \frac{u_{Γ}^2}{R} \rightarrow N = m \frac{u_{Γ}^2}{R} \rightarrow N = 480 \text{ N}.$$

ε) Από τη στιγμή που ο δίσκος εγκαταλείπει το δάπεδο ασκείται σ' αυτόν μόνο το βάρος του, η ροπή του οποίου ως προς το κέντρο περιστροφής του δίσκου είναι

μηδέν. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η γωνιακή ταχύτητα άρα και η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής του δίσκου να παραμένουν σταθερές. Έτσι στο ανώτερο σημείο (Δ) της κίνησής του ο δίσκος θα έχει $u_{\Delta} = 0$ και $\omega_{\Delta} = \omega_{\Gamma} = \text{σταθ.}$ δηλαδή θα έχει μόνο κινητική ενέργεια λόγω της στροφικής του κίνησης.

Εφαρμόζοντας Α.Δ.Μ.Ε. παίρνουμε: $E_{\mu\eta\chi}^{(\Gamma)} = E_{\mu\eta\chi}^{(\Delta)} \rightarrow K_{(\Gamma)} + U_{(\Gamma)} = K_{(\Delta)} + U_{(\Delta)} \rightarrow$

$$mgR + \frac{1}{2}I\omega_{\Gamma}^2 + \frac{1}{2}m\omega_{\Gamma}^2 R^2 = \frac{1}{2}I\omega_{\Gamma}^2 + mg h_{\max} \rightarrow mgR + \frac{1}{2}m\omega_{\Gamma}^2 R^2 = mg h_{\max} \rightarrow$$

$$30 + 180 = 10 h_{\max} \rightarrow h_{\max} = 21 \text{ m.}$$