

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΥΡΙΑΚΗ 18 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

ΘΕΜΑ 1^ο:

A. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου με εξίσωση $x^2+y^2=p^2$ στο σημείο του A (x_1, y_1) έχει εξίσωση $xx_1+yy_1=p^2$.

Μονάδες 10

B. α) Δίνονται τα σημεία E' και E του επιπέδου.

Τι ονομάζεται έλλειψη με εστίες E, E';

Μονάδες 4

β) Δίνεται η παραβολή $y^2=2px$;

Να γράψετε την εξίσωση της εφαπτομένης της στο σημείο M (x_1, y_1)

Μονάδες 3

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας Σωστή ή Λάθος:

i) Οι συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος με άκρα A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) δίνονται από τις

σχέσεις
$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Μονάδες 2

ii) Αν $\vec{a} \wedge \vec{b}$ τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ και αντιστρόφως

Μονάδες 2

iii) Η παραβολή $c:y^2=px$ έχει εστία το σημείο $(\frac{p}{4}, 0)$

Μονάδες 2

iv) Αν $\vec{a} // \vec{b}$ τότε ισχύει $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2^ο:

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}$ με $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$ και $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$

Έστω τρίγωνο ABΓ και AM διάμεσος για το οποίο ισχύουν $\vec{AB} = 2\vec{a} - \vec{b}$ και $\vec{AG} = 4\vec{a} + 3\vec{b}$

1) Να βρείτε το $\vec{a} \cdot \vec{b}$

Μονάδες 4

2) Να εκφράσετε το $\vec{AM}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{a}$ και $\vec{b}$

Μονάδες 7

3) Αν είναι γνωστό ότι: $\vec{AM} = 3\vec{a} + \vec{b}$

i. Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου $\vec{AM}$

Μονάδες 7

- ii. Να δείξετε ότι η γωνία των $\widehat{AM}$ και $\widehat{a}$ είναι ίση με $\frac{p}{6}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3^ο:

Δίνεται η εξίσωση $(2\alpha+1)x+(\alpha-1)y+3=0$ (1)

- i) Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $a \in \mathbb{R}$

Μονάδες 7

- ii) Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του $a \in \mathbb{R}$ οι ευθείες της μορφής (1) διέρχονται από το σημείο $M(-1, 2)$

Μονάδες 8

- iii) Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: x+5y-3=0$. Αν A και B είναι τα σημεία τομής της ε με τις ευθείες που προκύπτουν από την (1) για $\alpha=0$ και $\alpha=-1$ αντίστοιχα δείξτε ότι το εμβαδό του τριγώνου AMB είναι 3 τ.μ.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4^ο:

Έστω τα σημεία $A(-1, y)$ και $B(2x, y)$ με $x, y \in \mathbb{R}$ του καρτεσιανού επιπέδου $Ox\psi$.

A. Αν είναι $\widehat{OA} \wedge \widehat{OB}$ τότε να αποδείξετε ότι τα σημεία $M(x, y)$ ανήκουν στην παραβολή $c_1: y^2=2x$ της οποίας να βρείτε την εστία E και την διευθετούσα δ .

Μονάδες 7

B. Αν ισχύει $3OA^2 + OB^2 = 15$ τότε να αποδείξετε ότι τα σημεία $M(x,y)$ ανήκουν στον κύκλο $c_2: x^2 + y^2 = 3$ του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

Μονάδες 7

Γ. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα κοινά σημεία των c_1, c_2 είναι $K(1, \sqrt{2})$ και το $L(1, -\sqrt{2})$

Μονάδες 5

β) Η εφαπτομένη της c_1 στο K είναι παράλληλη προς την εφαπτομένη του c_2 στο L

Μονάδες 6

Οδηγίες προς υποψηφίους

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.
3. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
4. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
5. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ