

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Μ.ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2011

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ – ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο:

Α. Θεωρία σχολικού βιβλίου

Β. Θεωρία σχολικού βιβλίου

Γ. 1. Σ

2. Σ

3. Λ

4. Λ

5. Λ

ΘΕΜΑ 2^ο:

Α.α. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = -3$

β. $|\vec{u}|^2 = |2\vec{a} + 3\vec{b}|^2 = (2\vec{a} + 3\vec{b})^2 = \dots = 61 \quad \text{άρα } |\vec{u}| = \sqrt{61}$

Β. i) Το σύστημα $2\alpha + 1 = 0$ και $\alpha - 1 = 0$ είναι αδύνατο.

ii) Οι συντεταγμένες του Μ επαληθεύουν την (1).

ΘΕΜΑ 3^ο:

A. Είναι

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{2} &= 1 \\ x &= 2 \cdot 1 - 1 = 1 \\ y &= 3 \cdot 1 + 2 = 5 \end{aligned} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \frac{y-2}{3} = 1 \quad \text{οπότε} \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} \Leftrightarrow 3x - 2y + 7 = 0$$

B.α. Για $\lambda=1$ είναι $A(1, 5)$, $B(1, 2)$ και $\Gamma(2, 3)$

$$\vec{AB} = (0, -3), \vec{AG} = (1, -2) \quad \text{οπότε} \quad \det(\vec{AB}, \vec{AG}) = \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 0 + 3 = 3$$

$$\text{Άρα} \quad (ABG) = \frac{1}{2} |\det(\vec{AB}, \vec{AG})| = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2} \text{ t.m}$$

$$\beta. \quad l_{BG} = \frac{3-2}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{Οπότε} \quad BG: y - 2 = 1(x - 1) \Leftrightarrow y = x - 1 + 2 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$$

Η εξίσωση του κύκλου είναι $(x-1)^2 + (y-5)^2 = r^2$ όπου

$$R = d(A, B, G) = \frac{|1 \cdot 1 + (-1) \cdot 5 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|-3|}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Άρα} \quad (x-1)^2 + (y-5)^2 = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{9}{2}$$

ΘΕΜΑ 4^ο:

Είναι $\vec{OA} = (-1, y)$, $\vec{OB} = (2x, y)$

A. Αφού $\vec{OA} \wedge \vec{OB} \neq 0$ τότε $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0 \Leftrightarrow y^2 = 2x$ που είναι εξίσωση

παραβολής με εστία $E(-1, 0)$ και $d: x = -\frac{1}{2}$

B. Αφού $|\vec{OB}|^2 + 3|\vec{OA}|^2 = 15 \Leftrightarrow \sqrt{(2x)^2 + y^2}^2 + 3\sqrt{(-1)^2 + y^2}^2 = 15 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow$

$x^2 + y^2 = 3$ που η εξίσωση κύκλου με $K(0, 0)$ και $R = \sqrt{3}$.

Γ. α. Λύνουμε το σύστημα

$$\begin{cases} y^2 = 2x \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \sqrt{2} \end{cases} \quad \text{ή} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = -\sqrt{2} \end{cases}$$

Άρα κοινά σημεία $K(1, \sqrt{2})$ $L(1, -\sqrt{2})$

Γ. β. Η εφαπτομένη της παραβολής στο K : $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2} (E_1)$

Η εφαπτομένη του κύκλου στο L : $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{3\sqrt{2}}{2} (E_2)$

Οπότε $E_1 \parallel E_2$.