

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
Μ.ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2011
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ -
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα 1^ο

1. γ 2. γ 3. α 4. δ
5. α) Λ β) Σ γ) Σ δ) Σ ε) Λ

Θέμα 2^ο

- 1. Σωστή απάντηση είναι το α.**

Η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου λόγω της μεταφορικής του κίνησης δίνεται από την σχέση: $K_{\text{μετ}} = \frac{1}{2} m u_{\text{cm}}^2$.

Η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου λόγω της περιστροφικής του κίνησης δίνεται από την σχέση:

$$K_{\text{περ}} = \frac{1}{2} I_{\text{cm}} \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m R^2 \omega^2 = \frac{1}{4} m (\omega R)^2 = \frac{1}{4} m u_{\text{cm}}^2$$

$$\frac{K_{\text{μετ}}}{K_{\text{περ}}} = \frac{\frac{1}{2} m u_{\text{cm}}^2}{\frac{1}{4} m u_{\text{cm}}^2} = 2 \rightarrow K_{\text{περ}} = \frac{1}{2} K_{\text{μετ}} = 3 \text{ J}.$$

Άρα η ολική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου λόγω της σύνθετης κίνησης θα είναι:

$$K_{\text{κυλίνδρου}} = K_{\text{μετ}} + K_{\text{περ}} = 6 + 3 \rightarrow K_{\text{κυλίνδρου}} = 9 \text{ J}$$

2. Σωστή είναι η β.

Η συχνότητα μεγιστοποίησης της κινητικής ενέργειας του ταλαντωτή είναι διπλάσια από την συχνότητα της ταλάντωσης δηλαδή:

$$f_K = 2f_1 \rightarrow 10 \text{ Hz} = 2f_1 \rightarrow f_1 = 5 \text{ Hz}.$$

Από τη σύνθεση των δύο ταλαντώσεων προκύπτει μια περιοδική κίνηση της οποίας το πλάτος μεγιστοποιείται με συχνότητα:

$$f_{\Delta} = f_1 - f_2 = 1 \text{ Hz} \rightarrow f_2 = 5 \text{ Hz} - 1 \text{ Hz} \rightarrow f_2 = 4 \text{ Hz}.$$

Η συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης δίνεται από την σχέση:

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{5 + 4}{2} = 4,5 \text{ Hz}.$$

Ο αριθμός των ταλαντώσεων N που κάνει το σώμα σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 4 \text{ s}$ είναι:

$$f = \frac{N}{\Delta t} \rightarrow 4,5 \text{ Hz} = \frac{N}{4 \text{ s}} \rightarrow N = 18 \text{ ταλαντώσεις}.$$

Επειδή σε κάθε ταλάντωση το σώμα περνάει από την θέση ισορροπίας του δύο φορές, σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 4 \text{ s}$ θα περάσει 36 φορές.

3. Α. Σωστή απάντηση είναι το α.

Όπως φαίνεται από το διάγραμμα $\varphi - t$ που μας δίνεται το κύμα από την πηγή Π_1 θα φθάσει στο σημείο Γ τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,3 \text{ s}$, ενώ το κύμα από την πηγή Π_2 τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,5 \text{ s}$. Άρα οι αποστάσεις d_1 και d_2 του σημείου Γ από τις δύο πηγές είναι:

$$d_1 = u t_1 \rightarrow d_1 = 3 \text{ m} \quad \text{και} \quad d_2 = u t_2 \rightarrow d_2 = 5 \text{ m}.$$

Η η απόσταση AB μεταξύ των δύο πηγών είναι: $(AB)^2 = d_2^2 - d_1^2 = 25 - 9 = 16 \rightarrow$

$$(AB) = \sqrt{16} = 4 \text{ m}$$

Β. Σωστή απάντηση είναι το β.

Από το διάγραμμα $\varphi - t$ που μας δίνεται παρατηρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0,7 \text{ s}$ η φάση της ταλάντωσης του φελλού είναι $\varphi = 6\pi \text{ rad}$.

Η φάση του φελλού μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων δίνεται από τη σχέση:

$$\varphi = 2\pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} - \frac{2\pi}{T} t \rightarrow 6\pi = 2\pi \frac{3 + 5}{\lambda} - \frac{2\pi}{4} \cdot 0,7 \rightarrow 3 = \frac{8}{\lambda} - \frac{0,7}{4} \rightarrow$$

$$3\lambda = \frac{8 \cdot 4}{4} - 0,7 \xrightarrow{u = \frac{\lambda}{T}} 3\lambda = 0,7u - 4 \rightarrow 3\lambda = 3 \rightarrow \lambda = 1 \text{ m}.$$

Θέμα 3^ο

α. Η ροπή αδράνειας του κρίκου ως προς τον άξονα περιστροφής του (Γ) είναι σύμφωνα με το θεώρημα του Steiner:

$$I_{\text{κρίκου}} = I_{\text{cm}} + m R^2 = m R^2 + m R^2 = 2 m R^2 .$$

Άρα η ροπή αδράνειας $I_{\text{συστ.}}$ του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του (Γ) είναι:

$$I_{\text{συστ.}} = I_{\text{κρίκου}} + I_{\text{διαμ}} = 2 m R^2 + \frac{m}{8} (2R)^2 \rightarrow$$

$$I_{\text{συστ.}} = 2 m R^2 + \frac{m}{8} 4R^2 \rightarrow$$

$$I_{\text{συστ.}} = 2 m R^2 + \frac{m}{2} R^2 \rightarrow I_{\text{συστ.}} = \frac{5 m R^2}{2}$$

Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ για το σύστημα μεταξύ της ανώτερης και κατώτερης θέσης του βραχιολιού.

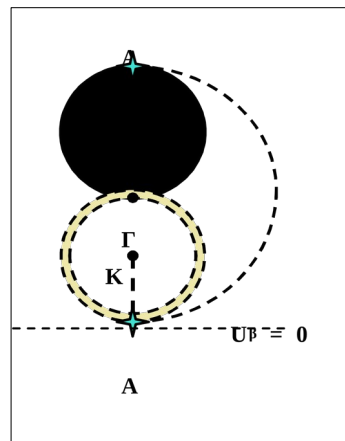
$$E_{\mu\kappa}^{\alpha\rho\chi} = E_{\mu\kappa}^{\tau\epsilon\lambda} \rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 + m g 3R + \frac{m}{8} g 4R = \frac{1}{2} I_{\text{συστ.}} \omega^2 + m g R + 0$$

$$\frac{7}{2} m g R = \frac{1}{2} \frac{5 m R^2}{2} \omega^2 + m g R \rightarrow$$

$$\frac{5}{2} m g R = \frac{1}{2} \frac{5 m R^2}{2} \omega^2 \rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2g}{R}} = \sqrt{400} = 20 \text{ rad/s}$$



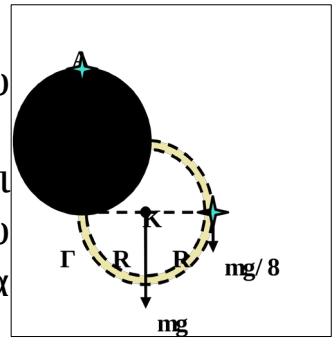
Άρα η γραμμική ταχύτητα του διαμαντιού, όταν αυτό βρεθεί στην κατώτερη θέση της κατακόρυφης διαμέτρου ΑΓ του βραχιολιού είναι:

$$u_{\delta} = \omega (2R) = 20 \cdot 10^{-1} \rightarrow \mathbf{u_{\delta} = 2 \text{ m/s.}}$$

β. Η γωνιακή επιτάχυνση του του βραχιολιού όταν το διαμάντι βρεθεί στην κατώτερη θέση της κατακόρυφης διαμέτρου του ΑΓ υπολογίζεται από τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης: $\Sigma \tau_{(Γ)} = I_{\text{συστ.}} \alpha_{\gamma}$.

Όμως $\Sigma \tau_{(r)} = 0$ αφού όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο βραχιόλι (βάρη του διαμαντιού, του κρίκου και η δύναμη από τον άξονα) έχουν φορείς του διέρχονται, στη θέση αυτή, από το σημείο περιστροφής του συστήματος Γ. Άρα θα είναι $\alpha_1 = 0$.

γ. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος είναι ίσος με $\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau_{(F)}$, άρα θα γίνεται μέγιστος όταν και η ροπή των δυνάμεων που ασκούνται στο βραχιόλι θα είναι μέγιστη. Αυτό θα συμβεί όταν το βραχιόλι έχει στραφεί κατά 90° , γιατί στη θέση αυτή η απόσταση του άξονα από τους φορείς των δυνάμεων είναι η μέγιστη δυνατή.



$$\text{Αρρ: } \frac{a \overline{dL}}{C \overline{dt}} \dot{\varphi}_{\max} = \Sigma \tau_{(r)} = m g R + \frac{m}{8} g 2R = \frac{5m}{4} g R \rightarrow \frac{a \overline{dL}}{C \overline{dt}} \dot{\varphi}_{\max} = 1,25$$

δ. Την στιγμή της αποκόλλησης του διαμαντιού από το βραχιόλι, στο βραχιόλι δεν ενεργούν εξωτερικές ροπές ($\Sigma \tau_{\text{εξ}} = 0$) άρα ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής.

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\epsilon\lambda} \rightarrow L_{\omega\sigma\eta\mu\pi\alpha\varsigma}^{\text{I}\rho\chi} = L_{\kappa\rho\kappa\omega}^{\tau\epsilon\lambda} + L_{\delta\iota\alpha\mu\pi\iota\upsilon}^{\tau\epsilon\lambda} \rightarrow L_{\sigma\upsilon\sigma\tau.} \quad \omega = L_{\kappa\rho\kappa\omega} \quad \omega_1 + \frac{m}{8} \quad u_1$$

$$\frac{5mR^2}{2} \omega = 2mR^2 \omega_1 + \frac{m}{4} u_1 R \rightarrow 10R\omega = 8R\omega_1 + u_1 \rightarrow \omega_1 = 10 \text{ rad/s.}$$

Άρα η κινητική ενέργεια του βραχιολιού θα είναι ίση με:

$$K_{\beta\rho.} = \frac{1}{2} I_{\text{κρίκου}} \omega_1^2 = \frac{1}{2} 2mR^2 \omega_1^2 \rightarrow K_{\beta\rho.} = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 10^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Θέμα 4^ο

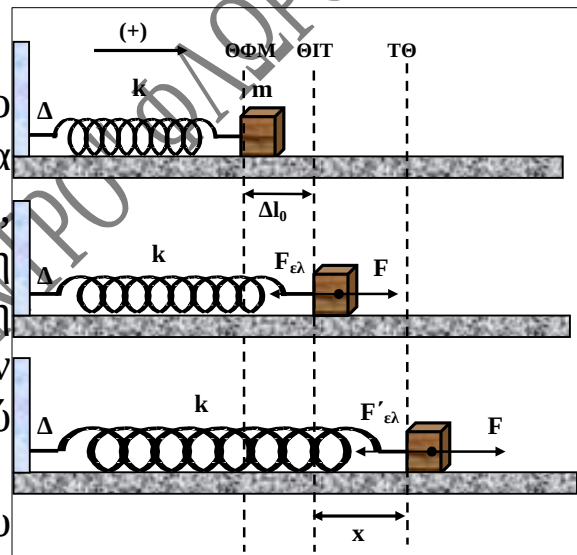
A. α) Οι δυνάμεις που δέχεται το σώμα είναι η σταθερή οριζόντια δύναμη F και η δύναμη ελατηρίου, που έχει πάντα φορά προς τη θέση φυσικού μήκους του, άρα η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του δεν θα ταυτίζεται με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου (ΘΦΜ).

Στη θέση ισορροπίας (ΘΙΤ), που βρίσκεται σε απόσταση Δl_0 από τη ΘΦΜ, εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας στον οριζόντιο άξονα:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \rightarrow F = F_{\varepsilon\lambda} \rightarrow$$

$$F = k \Delta l_0 \quad (1) \rightarrow \Delta l_0 = 0,4 \text{ m}$$

Τοποθετούμε κατόπιν τη σφαίρα σε μια τυχαία θέση (ΤΘ) θετικής απομάκρυνσης x απ' τη ΘΙ της και υπολογίζουμε τη συνισταμένη δύναμη:



$$\Sigma F = F - F'_{ελ} = k \Delta l_0 - k(\Delta l_0 + \chi) \xrightarrow{(1)} \Sigma F = k \Delta l_0 - k \Delta l_0 - k\chi \rightarrow \Sigma F = -k\chi$$

Επειδή η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα κατά την διάρκεια της ταλάντωσης του είναι της μορφής $\Sigma F = -D\chi$, συμπεραίνουμε ότι το σώμα εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς D

$$= k = 50 \text{ N/m και περίοδο } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = \frac{\pi}{5} \text{ s.}$$

β) Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$\chi = A \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \quad (2)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s.}$$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και η συχνότητα που καταγράφει ο δέκτης είναι ίση με f_s , άρα η ταχύτητα του θα είναι ίση με μηδέν. Συνεπώς η Θ.Φ.Μ. θα είναι η ακραία θέση, της ΑΑΤ του σώματος άρα:

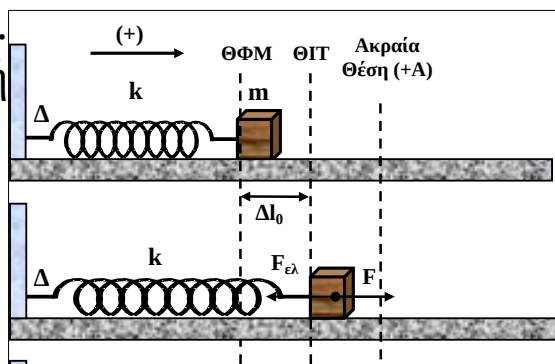
$$A = \Delta l_0 = 0,4 \text{ m.}$$

$$\text{rad}$$

Για $t_0 = 0$ είναι $\chi = -A \rightarrow A \eta\mu\varphi_0 = -A \rightarrow \eta\mu\varphi_0 = -1 \rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$
(αφού $0 \leq \varphi_0 < 2\pi$).

$$\text{Η εξίσωση (2) γίνεται: } \chi = 0,4 \eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \quad (\text{S.I.})$$

γ) Η δύναμη του ελατηρίου ($F_{ελ} = k \Delta l$) μεγιστοποιείται στη θέση μέγιστης απόστασης από τη Θ.Φ.Μ. (μέγιστης επιμήκυνσης $\Delta l_{\max}$) δηλαδή



στη ακραία θέση $\chi = + A$ της ταλάντωσης όπου $\Delta l_{\max} = 2 A = 0,8 \text{ m}$.
 Άρα $F_{\text{ελ}}^{\max} = k \Delta l_{\max} = 50 \cdot 0,8 \rightarrow F_{\text{ελ}}^{\max} = 40 \text{ N}$.

B. a) Μετά την κατάργηση της δύναμης F , η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι η δύναμη ελατηρίου, οπότε η θέση ισορροπίας της νέας ΑΑΤ που θα ακολουθήσει είναι η Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου.

Η δύναμη καταργείται στη θέση που το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου γίνεται μέγιστο δηλ. στη ακραία θέση $\chi = + A$. Εκεί το σώμα έχει ταχύτητα $u = 0$ και απέχει A από τη Θ.Ι. και $2A$ από τη Θ.Φ.Μ. άρα το πλάτος της νέας ΑΑΤ θα είναι: $A' = 2A = 0,8 \text{ m}$.

β) Η γωνιακή συχνότητα της νέας ΑΑΤ θα είναι ίδια με την αρχική, δηλαδή:

$$\omega' = \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rad/s}.$$

Άρα η μέγιστη ταχύτητα του ταλαντωτή θα έχει μέτρο: $u'_{\max} = \omega' A' = 8 \text{ m/s}$.

Ο δέκτης καταγράφει τη μέγιστη συχνότητα όταν το σώμα (πηγή) περνάει από τη θέση ισορροπίας του (όπου έχει ταχύτητα μέτρου $u = u'_{\max} = \omega' A' = 8 \text{ m/s}$) και κινείται προς τον δέκτη Δ . Η τιμή της μέγιστης συχνότητας θα δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$f_A^{\max} = \frac{u_{\text{ηχ}}}{u_{\text{ηχ}} - u'_{\max}} f_s = \frac{340}{340 - 8} \cdot 166 \rightarrow f_A^{\max} = 170 \text{ Hz}.$$