

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 10 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2011

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ -
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

ΘΕΜΑ Α

- A.** Θεωρία σχολικού βιβλίου.
- B.** α) Ορισμός σχολικού βιβλίου.
β) Ορισμός σχολικού βιβλίου
- Γ.** i) Λ
ii) Λ
iii) Σ
iv) Σ
v) Λ

ΘΕΜΑ Β

Έχουμε
$$f'(x) = \frac{2xe^x - (x^2 + k)e^x}{(e^x)^2} = \frac{2x - x^2 - k}{e^x} \quad x \in \mathbb{R}.$$

i) $f'(0) = -2$ δηλ. $-k = -2 \Leftrightarrow k = 2$.

ii) $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ άρα f γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.

iii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

- iv) Το 2011 ανήκει στο σύνολο τιμών της f $[0, +\infty)$ άρα η
εξίσωση $f(x)=2011$ έχει ακριβώς μια λύση (f) στο $\mathbb{R}$.

ΘΕΜΑ Γ

i) $|w|=1 \Leftrightarrow \left| \frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} \right| = 1 \Leftrightarrow |z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow$
 $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 0 \Leftrightarrow 2\operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2) = 0 \Leftrightarrow$
 $\operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2) = 0$.

ii) Αρκεί $-\bar{u} = u \Leftrightarrow -\frac{\bar{z}_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_2} \Leftrightarrow z_1 \bar{z}_2 = -\bar{z}_1 z_2 \Leftrightarrow z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 0$

ΙΣΧΥΕΙ

iii) Μ εικόνα του z_1 και Ν εικόνα του z_2 τότε
 $(MO)^2 = |z_1 - 0|^2 = |z_1|^2$, $(NO)^2 = |z_2 - 0|^2 = |z_2|^2$ και
 $(MN)^2 = |z_1 - z_2|^2$.

ΑΡΚΕΙ $(MN)^2 = (MO)^2 + (NO)^2 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 0$.
 ΙΣΧΥΕΙ

iv) Εφαρμόζουμε Θ. ROLLE για την $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ στο $[1, 2]$.

ΘΕΜΑ Δ

i) Είναι

$$f(x) \ln x = -\frac{1}{x} f(x) \Leftrightarrow$$

$$f(x) \ln x + \frac{1}{x} f(x) = 0 \Leftrightarrow (f(x) \ln x)' = 0$$

Άρα $f(x) = \frac{c}{\ln x}$.

Επειδή $f(3) = \frac{1}{\ln 3}$ τότε $c=1$ οπότε $f(x) = \frac{1}{\ln x}, x \geq 2$.

ii) $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in [2, +\infty)$.

Άρα η f είναι κυρτή στο $[2, +\infty)$ οπότε $f' \uparrow$ στο $[2, +\infty)$.

iii) Εφαρμόζουμε ΘΜΤ για την f στο $[2, 3]$ και στο $[3, 4]$.

iv) $E(t) = \int_2^t |g(x)| dx = \dots \ln \ln t$ τ.μ.

v) $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\ln t)}{t} = \dots = 0$.