

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 17 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2011

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1°

Α) Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, να αποδείξετε ότι για κάθε $\theta > 0$ και $k \in \mathbb{R}$ ισχύει: $\log_a q^k = k \log_a q$.

Μονάδες 8

Β) Να δώσετε τις προϋποθέσεις που πρέπει να ισχύουν ώστε δυο πολυώνυμα

$$R(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0,$$

$$Q(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0$$

να είναι ίσα μεταξύ τους.

Μονάδες 7

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

α) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 3^x$.

Μονάδες 2

β) Το π είναι λύση της εξίσωσης $\sin x + 1 = \eta \mu x 2x$.

Μονάδες 2

γ) Η εξίσωση $x^4 + 3x^2 + x + 1 = 0$ δεν έχει ακέραιες ρίζες.

Μονάδες 2

δ) Ισχύει $5 = \ln e^5$.

Μονάδες 2

ε) Αν (α_n) , $n \in \mathbb{R}^*$ είναι μια αριθμητική πρόοδος με διαφορά $\omega \neq 0$, τότε ισχύει: $\alpha_{2007} - \alpha_{2008} = \omega$.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2°

A) Να λυθεί η εξίσωση $\eta \mu^2 x - 3\eta \mu x + 2 = 0$.

Μονάδες 12

B) α. Να λυθεί η εξίσωση $\varepsilon \phi x = 1$ στο διάστημα $[0, 3\pi]$.

Μονάδες 8

β. Να αποδειχθεί ότι οι παραπάνω ρίζες της εξίσωσης αποτελούν διαδοχικά όρους αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 4$ όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ έχει παράγοντές τους $x+1$ και $x-2$.

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = -3$ και $\beta = 0$.

Μονάδες 8

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$.

Μονάδες 8

γ) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2\ln x + 1}{2\ln x - 1}$.

α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και το σημείο τομής της γραφικής παράστασής της με τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 6

β) Να δείξετε ότι $f'(x) = \frac{1}{e^x - 1}$ για κάθε $x > 0$ και $x \neq \frac{1}{2}, x \neq -\frac{1}{2}$.

Μονάδες 6

γ) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) + 2f'(x) = 3$ για κάθε $x > 0$ και $x \neq \frac{1}{2}, x \neq -\frac{1}{2}$.

Μονάδες 7

δ) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \ln f(e^{1000}) + \ln f(e^{1001}) + \ln f(e^{1002}) + \ln f(e^{1003}) + \ln f(e^{1004})$$

Μονάδες 6

Οδηγίες προς υποψηφίους

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να **μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.**
3. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
4. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
5. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό διαρκείας και μόνον ανεξίτηλης μελάνης.**
6. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά τη 10.00' πρωινή.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ