

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Μ.ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2011

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ – ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο:

Α. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου με εξίσωση $x^2+y^2=p^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $xx_1+yy_1=p^2$.

Μονάδες 10

Β. Να δώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{a}$ και $\vec{b}$;

Μονάδες 5

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν θεωρήσουμε σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ του καρτεσιανού επιπέδου τότε οι συντεταγμένες του μέσου $M(x, y)$ του AB , είναι $x = \frac{x_1+x_2}{2}$ $y = \frac{y_1+y_2}{2}$.

2. Αν $\vec{a} \wedge \vec{b}$ τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ και αντιστρόφως.

3. Η ευθεία $x=x_0$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda=0$.

4. Η έλλειψη με εξίσωση $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ όπου $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2$, έχει εστίες $E'(-\gamma, 0)$ και $E(\gamma, 0)$.

5. Οι ασύμπτωτες της υπερβολής $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ είναι οι ευθείες:
 $y = \frac{b}{a}x$ και $y = -\frac{b}{a}x$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο:

A. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}$ με $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$ και $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$.

α) Να βρείτε το $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Μονάδες 5

β) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$.

Μονάδες 5

B. Δίνεται η εξίσωση $(2\alpha+1)x + (\alpha-1)y + 3 = 0$ (1).

i) Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 7

ii) Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ οι ευθείες της μορφής (1) διέρχονται από το σημείο $M(-1, 2)$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3^ο:

Δίνεται ένα τρίγωνο με κορυφές $A(2\lambda - 1, 3\lambda + 2), B(1, 2)$ και $\Gamma(2, 3)$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$ με $\lambda \neq -2$.

A. Να αποδείξετε ότι το σημείο A κινείται σε ευθεία, καθώς το λ μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 8

B. Εάν $\lambda = 1$, να βρείτε:

α. το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ

Μονάδες 8

β. την εξίσωση του κύκλου, που έχει κέντρο την κορυφή A(1,5) και εφάπτεται στην ευθεία ΒΓ.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4^ο:

Έστω τα σημεία A(-1, ψ) και B(2x, ψ) με $x, \psi \in \mathbb{R}$ του καρτεσιανού Επιπέδου Oxy.

A. Αν είναι $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = 0$, τότε να αποδείξετε ότι τα σημεία M(x, ψ) ανήκουν στην παραβολή $C_1: \psi^2 = 2x$, της οποίας να βρείτε την εστία E και την διευθετούσα δ.

Μονάδες 6

B. Αν ισχύει $3\vec{OA}^2 \wedge \vec{OB}^2 = 15$, τότε να αποδείξετε ότι τα σημεία M(x, ψ) ανήκουν στο κύκλο $C_2: x^2 + \psi^2 = 3$, του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

Μονάδες 8

Γ. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα κοινά σημεία των C_1 και C_2 είναι το $K(1, \sqrt{2})$ και το $L(1, -\sqrt{2})$.

Μονάδες 7

β) Η εφαπτομένη της C_1 στο K είναι παράλληλη προς την εφαπτομένη του C_2 στο Λ.

Μονάδες 4

Οδηγίες προς υποψηφίους

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να **μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.

2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.**
3. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
4. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
5. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό διαρκείας και μόνον ανεξίτηλης μελάνης.**
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά τη 10.00' πρωινή.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ