

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 1 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2012

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σχολικού βιβλίου

A2. α) Θεωρία σχολικού βιβλίου

β) Θεωρία σχολικού βιβλίου

A3.

α) Λ

β) Σ

γ) Λ

δ) Λ

ΘΕΜΑ Β

$$f'(x) = \frac{e^{x+3} - (x+3)e^x}{e^{x+2}} = \frac{e^x - (x+3)}{e^x} = -x - 2$$

B1.

$$f(x) + f'(x) = \frac{x+3}{e^x} + \frac{-x-2}{e^x} = \frac{1}{e^x}$$

B2. $f(0)=3$, $f'(0)=-2$ οπότε $y-f(0)=f'(0)(x-0)$ ή $y-3=-2x$ ή $y=-2x+3$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^x \frac{x+3}{x^2-9}}{1} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{(x+3)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{1}{x-3} = -\frac{1}{6}$$

B3.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x)=e^x-1$.

Διαδοχικά έχουμε:

$$f'(x) \geq 0 \text{ ή } e^x - 1 \geq 0 \text{ ή } e^x \geq 1 \text{ ή } e^x \geq e^0 \text{ (} e^x \uparrow \text{) ή } x \geq 0.$$

Το πρόσημο και οι ρίζες της f' φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$		ελ.	

Η f είναι γν. φθίνουσα στο $[-\infty, 0]$.

Η f είναι γν. αύξουσα στο $[0, +\infty]$.

Η f' στο $x=0$ παρουσιάζει ελάχιστο το $f(0)=e^0-0+5=6$.

Γ2.

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad k &= 8 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{2-x}}{x-1} = 8 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{(x-1)(1+\sqrt{2-x})} = \\ &= 8 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{1+\sqrt{2-x}} = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4. \end{aligned}$$

Η μέση τιμή των παρατηρήσεων $3e^x$, 15, $-3x$ είναι:

$$\bar{C} = \frac{3e^x + 15 - 3x}{3} = e^x - x + 5 = f(x)$$

και από το ερώτημα i

προκύπτει ότι $\lambda=6$.

ii) Για $\kappa=4$, $\lambda=6$ έχουμε $\Omega=\{1, 2, 3, 4, 6\}$.

Επειδή $P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(6)=1$ έχουμε ότι

$$\begin{aligned} P(1)+P(1)+P(1)+4P(1)+3P(1) &= 1 \text{ ή } 10P(1)=1 \text{ ή } P(1)=\frac{1}{10} \\ P(2) &= \frac{1}{10}, \quad P(3)=\frac{1}{10}, \quad P(4)=\frac{2}{5}, \quad P(6)=\frac{3}{10} \end{aligned}$$

iii) Για το σύνολο A : $x^2+mx+4 \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ τότε $\Delta < 0$ δηλαδή $\mu^2 - 16 < 0$ ή $\mu^2 < 16$. Επειδή Ω έχουμε $\mu < 4$ οπότε $A=\{1, 2, 3\}$.

Για το σύνολο B : $f'(x)=e^x-1$ και $f''(x)=e^x$, $x \in \mathbb{R}$ οπότε $f''(t) \geq e^3$ ή $e^t \geq e^3$ άρα $t \geq 3$, $t \in \mathbb{R}$.

Άρα $B=\{3, 4, 6\}$.

$$\text{Οπότε } P(A)=P(1)+P(2)+P(3)=\frac{3}{10}$$

$$P(B)=P(3)+P(4)+P(6)=\frac{4}{5}$$

$$\text{iv)} \quad A \cap B = \{3\} \text{ \textit{οπότε} } P(A \cap B) = P(3) = \frac{1}{10}$$

$$A - B = \{1, 2\} \text{ \textit{οπότε} } P(A - B) = P(1) + P(2) = \frac{1}{5}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\} = \Omega \text{ \textit{οπότε} } P(A \cup B) = P(\Omega) = 1$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

$$\bar{C}_A - 3S_A = 8$$

$$\bar{C}_A + 3S_A = 20$$

$$\text{\textit{άρα} } 2\bar{C}_A = 28 \Leftrightarrow \bar{C}_A = 14$$

$$14 - 3S_A = 8 \text{ \textit{ή} } 3S_A = 6 \text{ \textit{ή} } S_A = 2$$

$$\bar{C}_B - 3S_B = 6$$

$$\bar{C}_B + 3S_B = 18$$

$$\text{\textit{άρα} } 2\bar{C}_B = 24 \Leftrightarrow \bar{C}_B = 12$$

$$12 - 3S_B = 6 \text{ \textit{ή} } 3S_B = 6 \text{ \textit{ή} } S_B = 2$$

$$CV_A = \frac{S_A}{\bar{X}_A} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

Επειδή $CV_A < CV_B$ το λύκειο Α παρουσιάζει καλύτερη ομοιογένεια.

$$CV_B = \frac{S_B}{\bar{X}_B} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\bar{C}_A = \frac{St_A}{V_A} \Leftrightarrow St_A = V_A \bar{X}_A$$

Δ2. (1)

$$\bar{C}_B = \frac{St_B}{V_B} \Leftrightarrow St_B = V_B \bar{X}_B$$

$$(2) \text{ και } V_B = 3V_A \quad (3).$$

$$\bar{C} = \frac{St_i}{V} = \frac{St_A + St_B}{V_A + V_B}$$

Άρα

$$\begin{aligned} \frac{(1) V_A \bar{X}_A + V_B \bar{X}_B}{(2) V_A + V_B} & \stackrel{(3)}{=} \frac{V_A \bar{X}_A + 3V_A \bar{X}_A}{V_A + 3V_A} \end{aligned}$$

$$= \frac{\bar{C}_A + 3\bar{X}_B}{4} = \frac{14+36}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$$

Δ3.

- i) Η μέση τιμή των βαθμολογιών των μαθητών του Α λυκείου στο Β τετράμηνο είναι:

$$\bar{Y}_A = \bar{X}_A + C = 14 + C \quad \text{και η τυπική απόκλιση είναι } S_Y = S_A = 2.$$

$$\text{Οπότε } CV = \frac{2}{14+C} \leq 0,1.$$

$$\text{Δηλ. } \frac{2}{14+C} \leq 0,1 \Leftrightarrow 1,4 + 0,1C \geq$$

$$\Leftrightarrow 0,1C \geq 0,6 \Leftrightarrow C \geq 6. \quad \text{Άρα } C \geq 6. \text{ (Είναι όμως ανέφικτο αφού η μέγιστη βαθμολογία είναι 20.)}$$

- ii) Η μέση τιμή των βαθμολογιών του Β λυκείου στο Β τετράμηνο είναι:

$$\bar{U}_B = 1,1 \cdot \bar{C}_B = 1,1 \cdot 12 = 13,2 \quad \text{και η τυπική απόκλιση είναι } S_Y = 1,1 \cdot S_B = 1,1 \cdot 2 = 2,2$$

Οπότε το ποσοστό των μαθητών του Β κυμαίνεται από (11-15,4) είναι 68%.

Δ4.

$$\bar{Y} = \frac{f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_v)}{v} =$$

$$= \frac{x_1^2 - 5x_1 + 3 + x_2^2 - 5x_2 + 3 + \dots + x_v^2 - 5x_v + 3}{v} =$$

$$= \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_v^2 - 5(x_1 + x_2 + \dots + x_v) + 3v}{v}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^v x_i^2}{v} - 5 \frac{\sum_{i=1}^v x_i}{v} + 3$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^v x_i^2}{v} - 5\bar{X}_A + 3$$

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} = \frac{\sum x_i^2}{n} - \frac{\left(\sum x_i \right)^2}{n^2}$$

Επειδή

ή

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{X}^2 \Leftrightarrow 4 = \frac{\sum x_i^2}{n} - 14^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sum x_i^2}{n} = 200$$

$$\bar{U} = \frac{\sum x_i^2}{n} - 5\bar{X}_A + 3 =$$

$$\text{Άρα } = 200 - 5 \cdot 14 + 3 = 133$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ "ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ" ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ