

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ
ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Μ. ΤΕΤΑΡΤΗ 11 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2012

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΤΙΚΗΣ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία

A2. Θεωρία

A3. α) Λ β) Σ γ) Σ δ) Σ ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (y-1)(y+2) + 1 \cdot (1-4x) = 0$
 $\Leftrightarrow y^2 - 1 + 1 - 4x = 0 \Leftrightarrow y^2 = 4x$

B2. $5\vec{u} - \vec{v} = (5y-5, y-1, 5-1+4x)$
 $= (4y-6, y+4, 4x)$

$|\vec{5u} - \vec{v}| = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow$

$\sqrt{(4y-6)^2 + (y+4)^2 + (4x)^2} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow$

$16y^2 - 48y + 36 + y^2 + 8y + 16 + 16x^2 = 18$

$16x^2 + 16y^2 + 32x - 48y + 34 = 0$

$x^2 + y^2 + 2x - 3y + \frac{17}{8} = 0$

$$K(-1, \frac{3}{2})$$

$$A^2+B^2-4G=4+9-\frac{17}{2}=\frac{9}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{\frac{9}{2}}}{2} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

B3. Α ανήκει στην C_i

$$yy_1 = \rho(x+x_1)$$

$$y^2 = 2(x+1)$$

$$\varepsilon_1: y=x+1 \Leftrightarrow x-y+1=0$$

B4. $d(\kappa, \varepsilon_1) = \rho$

$$\frac{\left| -1 + \frac{3}{2} + 1 \right|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4} = r$$

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1. x^2 - 2\lambda + \lambda^2 + y^2 - 4\lambda y + 4\lambda^2 + \lambda^2 - 2\lambda - 4\lambda^2 = 0$$

$$(x-\lambda)^2 + (y-2\lambda)^2 = 4\lambda^2$$

$$14\lambda^2 > 0 \text{ όταν } \lambda \neq 0$$

Άρα κύκλος για κάθε $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$

$$\Gamma 2. K(\lambda, 2\lambda)$$

$$y = 2x$$

$$x = 1$$

εκτός του σημείου $O(0,0)$

$$\Gamma 3. \left. \begin{array}{l} \text{Για } x=0, y=0: 9\lambda^2=0 \\ \lambda=0 \end{array} \right\} \underline{\text{Άτοπο}}$$

Γ4. $d(K, x'x) = yk = 2\lambda = \rho$

Γ5. Για $\lambda = 1$

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$$

$$K(1, 2) \quad \rho = 2$$

Από το $A(3, 10)$ διέρχονται οι ευθείες:

$$x = 3 \text{ ή } y - 1 = \lambda(x - 3)$$

$$y = \lambda x - 3\lambda + 1$$

$$\varepsilon: \lambda x - y - 3\lambda + 1 = 0$$

$$\frac{|1 - 2 - 3\lambda + 1|}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |-2\lambda - 1|^2 = (2\sqrt{\lambda^2 + 1})^2$$

$$\Leftrightarrow 4\lambda^2 + 4\lambda + 1 = 4\lambda^2 + 4 \Leftrightarrow 4\lambda = 3 \Leftrightarrow \lambda = \frac{3}{4}$$

$$d(K, \varepsilon) = 2$$

Άρα η ευθεία είναι:

$$\frac{3}{4}x - y - \frac{9}{4} + 1 = 0$$

$$4$$

$$3x - 4y - 9 + 4 = 0$$

$$3x - 4y - 5 = 0 \quad x =$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για $\lambda = -2$: $x + 2 + 1 = 0$

Για $\lambda = 1$: $x + 3y = 0 \Leftrightarrow y = 1$

Δια $x = -3$ και $y = 1$ η ελ γίνεται:

$$-3 + (\lambda + 2) + 1 - \lambda + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$-3 + \lambda + 2 - \lambda + 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \text{ ισχύει.}$$

Άρα διέρχονται από το $A(-3, 1)$

$$d(0, \text{el}) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|-1+1|}{\sqrt{1+(1+2)^2}} = \sqrt{2}$$

Δ2.

$$\Leftrightarrow (1-1)^2 = 2 \cdot (1+1^2+4|+4)$$

$$1^2 - 2| + 1 = 2 + 2| + 8| + 8$$

$$1^2 + 10 + 9 = 0 \quad \begin{cases} 1: x+3y=0 \\ 9: x+11y-8=0 \end{cases}$$

Δ3. Για $\lambda = -\frac{\sqrt{3}}{2} - 2e_1: x - \frac{\sqrt{3}}{3}y + \frac{\sqrt{3}}{3} + 1 = 0$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} - 2e_2: x + \frac{\sqrt{3}}{3}y - \frac{\sqrt{3}}{3} - 1 = 0$$

Για $\lambda =$

$$\vec{d}_1 // e_1 \Rightarrow \vec{d}_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}, -1$$

$$\vec{d}_2 // e_2 \Rightarrow \vec{d}_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}, -1$$

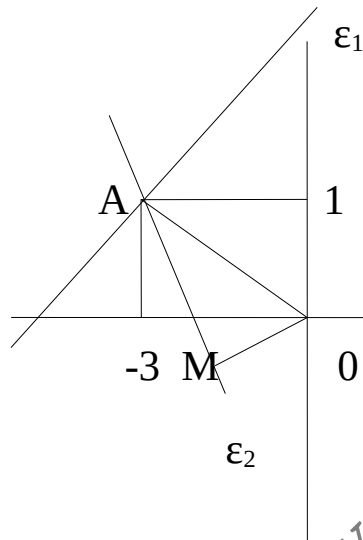
Στο $\left(\vec{d}_1, \vec{d}_2 \right) = \frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2}{|\vec{d}_1| |\vec{d}_2|} =$

$$= \frac{-\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} + 1}{\sqrt{\frac{1}{3} + 1} \sqrt{\frac{1}{3} + 1}} = \frac{-\frac{1}{3} + 1}{\sqrt{\frac{1}{3} + 1} \sqrt{\frac{1}{3} + 1}}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}+1} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Άρα } \angle(d_1, d_2) = 60^\circ$$

Δ4.



Η ευθεία ϵ_1 με την μεγαλύτερη απόσταση από το $O(0, 0)$ είναι $\epsilon_1 \perp OA$. Έστω ϵ_2 μια άλλη ευθεία που διέρχεται από το A διαφορετική της ϵ_1 και $\epsilon_2 \perp \epsilon_1$. Τότε το τρίγωνο OAM είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα OA . Άρα $OM < OA$.

$$l_{OA} = \frac{1 \cdot 0 - (-3) \cdot 0}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = -\frac{1}{2}$$

$$l_{\epsilon_1} = \frac{-1}{1+2}$$

λ_{ε1}=3 όμως

$$-\frac{1}{1+2} = 3 \Leftrightarrow 3l + 6 = -1$$

Άρα

$$3l = -7$$

$$1 = \frac{-7}{3}$$

$$x + \frac{7}{3} + 2y + \frac{7}{3} + 1 = 0$$

Η ε_1 είναι:

$$x - \frac{1}{3}y + \frac{10}{3} = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 10 = 0$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ "ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ" ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ