

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 1 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2012

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $f(x)$ και $g(x)$ παραγωγίσιμες συναρτήσεις, να δείξετε ότι για την συνάρτηση $F(x)=f(x)+g(x)$ ισχύει $F'(x)=f'(x)+g'(x)$.

Μονάδες 12

A2. α) Τι εκφράζει η αθροιστική συχνότητα N_i της τιμής X_i μια ποσοτικής μεταβλητής X .

Μονάδες 3

β) Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σ' ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της.

Μονάδες 2

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα το οποίο αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

α) Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_1 \in A$, όταν $f(x) \leq f(x_1)$ για κάθε x σε μία περιοχή του x_1 .

Μονάδες 2

β) Ισχύει $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$, όπου f και g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

Μονάδες 2

γ) Ισχύει $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ με $x > 0$.

Μονάδες 2

δ) Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα A και A' ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει $P(A') = 1 - P(A)$.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{x+3}{e^x}$.

B1. Να αποδείξετε ότι $f(x) + f'(x) = \frac{1}{e^x}$.

Μονάδες 9

B2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο $A(0, f(0))$.

Μονάδες 8

B3. Να υπολογιστεί $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^x f(x)}{x^2 - 9}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα την $f(x) = e^x - x + 5$, $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

Γ2. Έστω ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης

$\Omega = \{1, 2, 3, \kappa, \lambda\}$ όπου $\kappa = 8 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{2-x}}{x-1}$ και λ η ελάχιστη τιμή της μέσης τιμής των παρατηρήσεων $3e^x$, 15 , $-3x$.

i) Να προσδιορίσετε τις τιμές των κ , λ .

Μονάδες 5

ii) Για $\kappa=4$, $\lambda=6$ να υπολογίσετε τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, $P(4)$, $P(6)$ του δειγματικού χώρου Ω αν είναι γνωστό ότι $R(1) = R(2) = R(3) = \frac{R(4)}{4} = \frac{R(6)}{3}$.

Μονάδες 5

iii) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων A , B όπου $A = \{\mu \in \Omega / x^2 + \mu x + 4 \neq 0, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}\}$
 $B = \{t \in \Omega / f''(t) \geq e^3\}$

Μονάδες 6

- iv) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων $A \cap B$, $A - B$, $A \cup B$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Σε ένα λύκειο Α οι μαθητές της Γ' Λυκείου το πρώτο τετράμηνο έχουν βαθμολογία στα μαθηματικά που κυμαίνεται από 8 – 20. Σε άλλο λύκειο Β η αντίστοιχη βαθμολογία κυμαίνεται από 6 – 18. Και στα δύο λύκεια η βαθμολογία των μαθητών στα μαθηματικά ακολουθεί την κανονική κατανομή.

Δ1. Να βρεθεί σε πιο από τα 2 λύκεια η βαθμολογία παρουσιάζει την καλύτερη ομοιογένεια.

Μονάδες 7

Δ2. Αν $\overline{C}_A = 14$, $\overline{C}_B = 12$ και γνωρίζουμε ότι οι μαθητές του Β' λυκείου είναι τριπλάσιοι από τους μαθητές του Α λυκείου να βρεθεί η μέση τιμή της βαθμολογίας και των δύο λυκείων.

Μονάδες 6

Δ3. Στο Β τετράμηνο όλοι οι μαθητές του Α λυκείου αύξησαν την βαθμολογία τους κατά C μονάδες ενώ οι μαθητές του Β λυκείου αύξησαν τη βαθμολογία τους κατά 10%.

- i) Να βρείτε την μικρότερη τιμή της θετικής σταθεράς c που πρέπει να προστεθεί στις βαθμολογίες του Α λυκείου στο τέλος του Β τετραμήνου ώστε το δείγμα να είναι ομοιογενές.

Μονάδες 5

- ii) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών του Β λυκείου στο Β τετράμηνο των οποίων η βαθμολογία κυμαίνεται από (12, -15, 4).

Μονάδες 4

Δ4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 5x + 3$. Αν ν το μέγεθος των μαθητών του Α λυκείου και $A_1(x_1, f(x_1))$, $A_2(x_2, f(x_2))$, ..., $A_n(x_n, f(x_n))$ σημεία της γραφικής παράστασης της f όπου $x_1, x_2, \dots, x_n$ οι βαθμολογίες των μαθητών του Α λυκείου στο 1^ο

τετράμηνο να βρείτε τη μέση τιμή των τεταγμένων των σημείων.

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 + \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^2$$

Δίνεται:

Μονάδες 3

ΟΔΗΓΙΕΣ(για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιό σας και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**