

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΥΡΙΑΚΗ 21 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2013
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. α A2. β A3. β A4. γ

A5. α) Σ β) Λ γ) Λ δ) Σ ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η α.

Επειδή τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το φορτίο του πυκνωτή είναι μέγιστο ($q_1 = Q_1$), ισχύει: $q_1 = Q_1 \sin \omega_1 t$.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{8}$ που ο διακόπτης μεταφέρεται στη θέση Γ το φορτίο του πυκνωτή είναι ίσο με:

$$q_1 = Q_1 \sin \frac{\pi}{8} = Q_1 \sin \frac{\pi}{4} = -Q_1 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Οπότε για την ηλεκτρική ταλάντωση που ξεκινά στο κύκλωμα $L_2 C$ το μέγιστο φορτίο θα είναι ίσο με: $Q_2 = Q_1 \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Όμως $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} = \omega_2$ αφού $L_1 = L_2$.

$$\frac{I_{\max,1}}{I_{\max,2}} = \frac{\omega_1 Q_1}{\omega_2 Q_2} = \frac{Q_1}{Q_1 \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad \frac{I_{\max,1}}{I_{\max,2}} = \sqrt{2}$$

Άρα

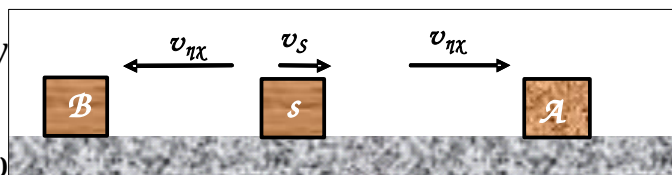
$$\rightarrow \frac{I_{\max,1}}{I_{\max,2}} = \sqrt{2}$$

B2. Σωστή απάντηση είναι η α.

Το μήκος κύματος των κυμάτων που αντιλαμβάνεται ο

παρατηρητής A, αφού η πηγή τον

πλησιάζει, είναι: $\lambda_A = \frac{u_{\pi\kappa} - u_s}{f_s}$ όπου



$\frac{u_{\pi\kappa}}{f_s} = \lambda_s$

η πραγματική συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η ηχητική πηγή.

Το μήκος κύματος των κυμάτων που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής B, αφού η πηγή απομακρύνεται από αυτόν, είναι: $\lambda_B = \frac{u_{\pi\kappa} + u_s}{f_s}$

όπου $f_s = \frac{u_{\pi\kappa}}{\lambda_s}$ η πραγματική συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η ηχητική πηγή.

Με πρόσθεση κατά μέλη των δύο σχέσεων προκύπτει:

$$\lambda_A + \lambda_B = \frac{u_{\pi\kappa} - u_s}{f_s} + \frac{u_{\pi\kappa} + u_s}{f_s} = \frac{2u_{\pi\kappa}}{f_s} = 2\lambda_s \rightarrow \lambda_s = \frac{\lambda_A + \lambda_B}{2}$$

B3. Σωστή απάντηση είναι η α.

Σε μια ελαστική κρούση διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων, ενώ σε μια ανελαστική δεν διατηρείται. Θα υπολογίσουμε την ολική κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση και θα την συγκρίνουμε με την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος.

Για να συγκρίνουμε πρέπει να υπολογίσουμε τις σχέσεις μεταξύ των μαζών. Σε όλες τις κρούσεις ισχύει η διατήρηση της ορμής.

$$p_{\text{συστ}}^{\text{πρ}} = p_{\text{τελ}}^{\text{συστ}} \rightarrow m_1 u_1 = m_1 \left(-\frac{1}{2} u_1 \right) + m_2 \left(\frac{1}{4} u_1 \right) \rightarrow 4 m_1 u_1 = -2 m_1 u_1 + m_2 u_1 \rightarrow 6 m_1 u_1 = m_2 u_1 \rightarrow m_2 = 6 m_1 \quad (1)$$

$$\text{Άρα } K_{\alpha}^{\text{πρ}} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 \quad \text{και}$$

$$K_{\alpha}^{\text{τελ}} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \frac{1}{4} u_1^2 + \frac{1}{2} 6 m_1 \frac{1}{16} u_1^2 \rightarrow$$

$$K_{\alpha}^{\text{ελ}} = \frac{1}{2} m_1 v^2 \left(\frac{4}{16} + \frac{6}{16} \right) = \frac{1}{2} m_1 v^2 \frac{5}{8} = \frac{5}{8} K_{\alpha}^{\text{ελ}}$$

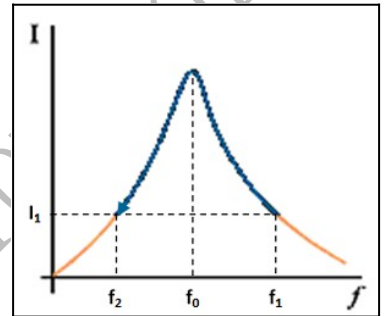
Παρατηρούμε ότι $K_{\alpha}^{\text{ελ}} < K_{\alpha}^{\text{ελ}}$ άρα η κρούση είναι ανελαστική.

B4. Η σωστή απάντηση είναι το γ.

Το πλάτος της έντασης του ρεύματος παίρνει τη μέγιστη τιμή όταν η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης (διεγέρτης) γίνει ίση με τη συχνότητα της ελεύθερης ηλεκτρικής ταλάντωσης

(ιδιοσυχνότητα): $f = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ (συντονισμός).

Η συχνότητα $f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ για την οποία το πλάτος της έντασης του ρεύματος είναι ίσο με I_1 είναι μεγαλύτερη από την f_0 . Άρα η συχνότητα f_2 , για την οποία το πλάτος της έντασης του ρεύματος γίνεται ξανά ίσο με I_1 θα πρέπει να είναι μικρότερη από την f_0 αφού το πλάτος της έντασης του ρεύματος παίρνει την ίδια τιμή για δύο συχνότητες του διεγέρτη οι οποίες βρίσκονται εκατέρωθεν της ιδιοσυχνότητας f_0 όπως φαίνεται και στο σχήμα.



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από την εξίσωση του στάσιμου κύματος $y = 0,4 \sin(10\pi x) \eta\mu(40\pi t)$ (SI) έχουμε:

$A = 0,2 \text{ m}$, $10\pi x = \frac{2\pi x}{\lambda} \rightarrow \lambda = 0,2 \text{ m}$ και $40\pi t = \frac{2\pi t}{T} \rightarrow T = 0,05 \text{ s}$ άρα $f = 20 \text{ Hz}$. Άρα οι εξισώσεις των κυμάτων είναι:

$$y_1 = 0,2 \eta\mu 2\pi(20 t - 5 x) \text{ και } y_2 = 0,2 \eta\mu 2\pi(20 t + 5 x) \text{ (S.I.)}$$

Γ2. Επειδή μεταξύ του σημείου Δ και της αρχής Ο ($x = 0$) υπάρχουν τρεις δεσμοί, το σημείο Δ θα είναι η 4^η κοιλία του στάσιμου κύματος ($N = 3$), οπότε η θέση x_{Δ} του σημείου Δ στον άξονα Οχ υπολογίζεται ως εξής:

$$x_{\Delta} = N \frac{\lambda}{2} \xrightarrow{N=3} x_{\Delta} = 3 \cdot 0,1 = 0,3 \text{ m}.$$

Η απομάκρυνση του Δ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$y_{\Delta} = 0,4 \sin(10\pi \chi_{\Delta}) \eta\mu(40\pi t) = 0,4 \sin(3\pi) \eta\mu(40\pi t) = 0,4 (-1) \eta\mu(40\pi t) \rightarrow y_{\Delta} = -0,4 \eta\mu(40\pi t) = 0,4 \eta\mu(2\pi t + \pi) \text{ (SI)}$$

Η ταχύτητα ταλάντωσης του είναι ίση με:

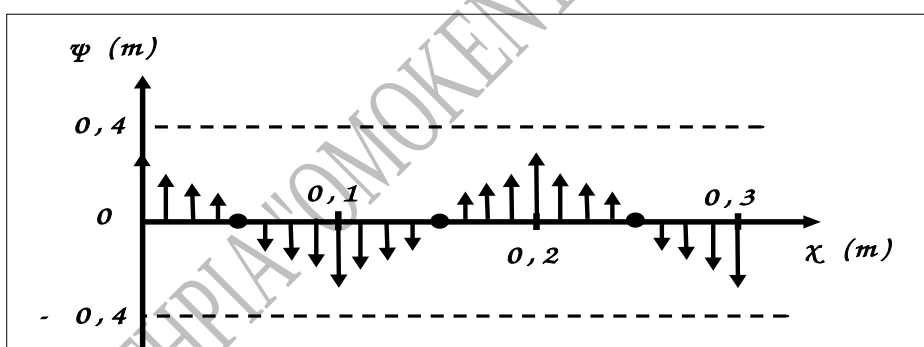
$$V_{\Delta} = \omega A_{\Delta} \sin(2\pi t + \pi) = 40\pi 0,4 \sin(2\pi t + \pi) \rightarrow$$

$$V_{\Delta} = -16\pi \sin(40\pi t) \text{ (SI)}$$

Γ3. Την χρονική στιγμή $t = 0$ s η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 0,4 \sin(10\pi x) \eta\mu 0^0 = 0$$

άρα όλα τα σημεία της χορδής βρίσκονται στη θέση ισορροπίας τους, δηλαδή η χορδή είναι οριζόντια. Στο σημείο Δ αντιστοιχεί κοιλία, η οποία είναι η τρίτη στη σειρά από το Ο, στο οποίο σχηματίζεται κοιλία και το οποίο για $t = 0$ έχει θετική ταχύτητα. Τα ζητούμενο στιγμιότυπο είναι:



Γ4. Η απομάκρυνση του Γ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$y_{\Gamma} = 0,4 \sin(10\pi \chi_{\Gamma}) \eta\mu(40\pi t) = 0,4 \sin(1,25\pi) \eta\mu(40\pi t) \rightarrow$$

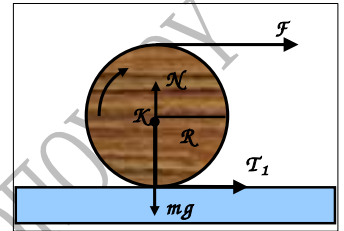
$$y_{\Gamma} = 0,4 \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) \eta\mu(40\pi t) = 0,4 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \eta\mu(40\pi t) = -0,2\sqrt{2} \eta\mu(40\pi t) \rightarrow y_{\Gamma} = 0,2\sqrt{2} \eta\mu(40\pi t + \pi) \text{ (SI)}$$

Επειδή $\phi_{\Delta} = \phi_{\Gamma} = (40\pi t + \pi) \text{ rad}$ τα σημεία Γ, Δ βρίσκονται σε συμφωνία φάσης.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. α. Ο κύλινδρος εκτελεί σύνθετη κίνηση. Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου έχουμε:

$$\Sigma F^r = m \alpha_{cm1} \rightarrow F + T_1 = m \alpha_{cm1} \quad (1)$$



Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(K)} = I_{cm} \alpha_{y1} \rightarrow F r - T_1 r = \frac{1}{2} m r^2 \alpha_{y1} \rightarrow F - T_1 = \frac{1}{2} m r \alpha_{y1} \quad (2)$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει:

$$\alpha_{cm1} = \alpha_{y1} r \quad (3)$$

$$\text{Η σχέση (2) λόγω της σχέσης (3) γίνεται: } F - T_1 = \frac{1}{2} m \alpha_{cm1} \quad (4)$$

Προσθέτοντας τις (1) και (4) κατά μέλη παίρνουμε:

$$2F = \frac{3}{2} m \alpha_{cm1} \rightarrow \alpha_{cm1} = \frac{4F}{3m} \rightarrow \alpha_{cm1} = 4 \text{ m/s}^2.$$

β. Για να μην ολισθαίνει ο κύλινδρος θα πρέπει η τριβή ανάμεσα σε αυτόν και το οριζόντιο επίπεδο να είναι στατική δηλαδή να ισχύει:

$T_1 \leq T_{\sigma t(max)} \rightarrow T_1 \leq \mu N$ όπου μ ο συντελεστής οριακής τριβής ανάμεσα στον κύλινδρο και το οριζόντιο επίπεδο.

Από τη σχέση (1) παίρνουμε: $T_1 = m \alpha_{cm1} - F \rightarrow T_1 = 3 \text{ N}.$

Όμως $N = mg$ άρα $T_1 \leq \mu mg \rightarrow \mu \geq \frac{T_1}{mg} \rightarrow \mu \geq 0,1.$

γ. Ο αριθμός των περιστροφών που έχει κάνει ο κύλινδρος

διανύοντας το διάστημα ΑΓ είναι $N = \frac{80}{\pi}$, άρα: $N = \frac{80}{\pi} = \frac{80}{2\pi r} \rightarrow$
(ΑΓ) = 20 r = 32 m

Το έργο της δύναμης F για την μετατόπιση ($\Delta\Gamma$) είναι:

$$W_F^{\text{μεταφορικής}} = F (\Delta\Gamma) = 9 \cdot 32 \rightarrow W_F^{\text{μεταφορικής}} = 288 \text{ J.}$$

$$W_F^{\text{περιστροφικής}} = \tau_F \Delta\theta = F r \Delta\theta \quad (5)$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει:

$(\Delta\Gamma) = \Delta S = r \Delta\theta$ άρα η σχέση (5) γίνεται:

$$W_F^{\text{περιστροφικής}} = F \Delta S = F (\Delta\Gamma) \rightarrow W_F^{\text{περιστροφικής}} = 288 \text{ J.}$$

$$W_F = W_F^{\text{μεταφορικής}} + W_F^{\text{περιστροφικής}} = 576 \text{ J.}$$

$$\text{Όμως } (\Delta\Gamma) = \frac{1}{2} a_{\text{cm1}} t_1^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{\Delta\Gamma}{a_{\text{cm1}}}} = \sqrt{\frac{64}{4}} \rightarrow t_1 = 4 \text{ s.}$$

Η μέση ισχύς της δύναμης F από τη θέση Α έως τη θέση Γ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\bar{P}_F = \frac{W_F}{t_1} = 144 \text{ J/s.}$$

δ. Η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου στη θέση Γ είναι ίση με το άθροισμα της κινητικής ενέργειας λόγω της μεταφορικής του κίνησης και της κινητικής ενέργειας λόγω της περιστροφικής του κίνησης.

$$K_T^{\text{κετ}} = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$K_T^{\text{κερ}} = \frac{1}{2} I_{\text{cm}} \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} m r^2 \omega^2$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $v_\Gamma = \omega_\Gamma r$.

$$\text{Άρα: } K_T^{\text{κερ}} = \frac{1}{4} m v_f^2 \quad \text{και} \quad K_T^{\text{ολ}} = K_T^{\text{κετ}} + K_T^{\text{κερ}} = \frac{3}{4} m v_f^2$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου, που είναι

$$\frac{K_T^{\text{κερ}}}{K_T^{\text{ολ}}} = \frac{\frac{1}{4} m v_\Gamma^2}{\frac{3}{4} m v_\Gamma^2} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{K_T^{\text{κερ}}}{K_T^{\text{ολ}}} = \frac{100}{3} \%$$

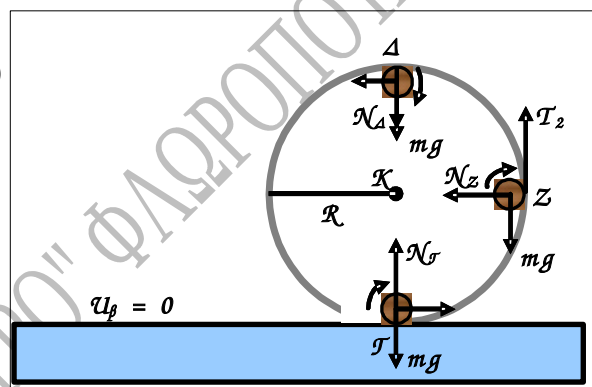
στροφική στη θέση Γ είναι:

Δ2. α. Για να συμβεί ανακύκλωση πρέπει ο κύλινδρος στην ανώτατη θέση (Δ) της τροχιάς του να μην χάνει την επαφή του με την κυκλική διαδρομή, δηλ. να ισχύει: $N_{\Delta} \geq 0$.

Από το θεμελιώδη νόμο για την κυκλική κίνηση του κέντρου μάζας του στερεού σώματος στη θέση Δ παίρνουμε:

$$\Sigma F_R = m \frac{v_{\Delta}^2}{R-r} \rightarrow N_{\Delta} + B = m \frac{v_{\Delta}^2}{R-r} \rightarrow$$

$$N_{\Delta} = m \frac{v_{\Delta}^2}{R-r} - B \rightarrow N_{\Delta} = m \frac{v_{\Delta}^2}{R-r} - mg.$$



Πρέπει: $N_{\Delta} \geq 0 \rightarrow m \frac{v_{\Delta}^2}{R-r} - mg \geq 0 \rightarrow m \frac{v_{\Delta}^2}{R-r} \geq mg \rightarrow \frac{v_{\Delta}^2}{R-r} \geq g \rightarrow$

$$v_{\Delta}^2 \geq (R-r)g \rightarrow v_{\Delta}^{\min} = \sqrt{g(R-r)}$$

όπου $(R-r)$ η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που εκτελεί το κέντρο μάζας. Επειδή είναι $r \ll R$ τότε $(R-r) \cong R$.

Άρα η ελάχιστη ταχύτητα του κέντρου μάζας του σώματος στο σημείο Δ για να κάνει ανακύκλωση είναι:

$$v_{\Delta}^{\min} = \sqrt{gR} = \sqrt{42} = 6,5 \text{ m/s}$$

Η μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου στο οριζόντιο δάπεδο είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα, άρα η ταχύτητα του στη θέση Γ θα έχει μέτρο:

$$v_{\Gamma} = a_{cm1} t_1 \rightarrow v_{\Gamma} = 16 \text{ m/s.}$$

Θα βρούμε την ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου στο σημείο (Δ) εφαρμόζοντας Α.Δ.Μ.Ε.

$$E_{\mu\kappa}^{(\Gamma)} = E_{\mu\kappa}^{(\Delta)} \rightarrow K_{(\Gamma)} + U_{(\Gamma)} = K_{(\Delta)} + U_{(\Delta)} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} I_{\mu\omega}^2 + \frac{1}{2} m_{\text{cm}} v_{\Gamma}^2 = \frac{1}{2} I_{\mu\omega}^2 + \frac{1}{2} m_{\text{cm}} v_{\Delta}^2 + mg \cdot 2R \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_{\omega}^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} m r^2 v_{\Gamma}^2 = \frac{1}{2} m_{\omega}^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} m r^2 v_{\Delta}^2 + mg \cdot 2R$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει:

$$v_{\Gamma} = \omega_{\Gamma} r \text{ και } v_{\Delta} = \omega_{\Delta} r .$$

$$\text{Άρα: } \frac{1}{2} v_{\Gamma}^2 + \frac{1}{4} v_{\Gamma}^2 = \frac{1}{2} v_{\Delta}^2 + \frac{1}{4} v_{\Delta}^2 + g \cdot 2R \rightarrow \frac{3}{4} v_{\Gamma}^2 - g \cdot 2R = \frac{3}{4} v_{\Delta}^2 \rightarrow$$

$$v_{\Delta} = \sqrt{\frac{8}{3} g R} = \sqrt{\frac{8}{3} \cdot 10 \cdot 2} = \sqrt{106.67} \approx 10.33 \text{ m/s} \rightarrow$$

$$v_{\Delta} = 12 \text{ m/s.}$$

Επειδή $v_{\Delta} > v_{\Delta}^{\text{min}}$ ο κύλινδρος θα κάνει ανακύκλωση.

β. Επειδή ο κύλινδρος στην κυκλική διαδρομή κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η μεταφορική και η περιστροφική κίνηση του από το Γ στο Δ θα είναι ομαλά επιβραδυνόμενες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η στατική τριβή T_2 στη θέση Z να έχει φορά προς τα πάνω ώστε η ροπή της, ως προς το κέντρο O του κυλίνδρου, να έχει αντίθετη φορά από τη φορά περιστροφής και να επιβραδύνει τον κύλινδρο.

Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου στη θέση Z ισχύει:

$$\Sigma F_{\psi}^{\Gamma} = m \alpha_{\text{cm}2} \rightarrow T_2 - m g = m (-\alpha_{\text{cm}2}) \rightarrow m g - T_2 = m \alpha_{\text{cm}2} \quad (6)$$

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση στη θέση Z έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(O)} = I_{\text{cm}} (-\alpha_{\gamma 2}) \rightarrow -T_2 R = \frac{1}{2} m R^2 (-\alpha_{\gamma 2}) \rightarrow T_2 = \frac{1}{2} m R \alpha_{\gamma 2} \quad (7)$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει:

$$\alpha_{\text{cm}2} = \alpha_{\gamma 2} R \quad (8)$$

Η σχέση (7) λόγω της σχέσης (8) γίνεται: $T_2 = \frac{1}{2} m a_{cm2}$ (9)

Από τις σχέσεις (6) και (9) παίρνουμε:

$$T_2 = \frac{1}{2} (m g - T_2) \rightarrow 2 T_2 = m g - T_2 \rightarrow 3 T_2 = m g \rightarrow \mathbf{T_2 = 10 \text{ N.}}$$

Άρα το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου τη στιγμή που διέρχεται από το σημείο Z θα είναι:

$$\left| \frac{dL}{dt} \right|_{\emptyset} = \Sigma \tau_{(O)} = T_2 r \rightarrow \left| \frac{dL}{dt} \right|_{\emptyset} = \mathbf{2 \text{ N.}}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ "ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ" ΦΛΩΡΟΠΟΛΙΟΥ