

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 21 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2013

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

A2. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

A3. α. Σ, β. Λ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1.
$$\frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{a \cdot b} = \left| \frac{\vec{u}}{a} \right| \left| \frac{\vec{r}}{b} \right| \sin \frac{\pi}{3} = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

B2.
$$\vec{AM} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{2} = \frac{6\vec{a} + 6\vec{b}}{2} = 3(\vec{a} + \vec{b})$$
,

$$\vec{BG} = \vec{BA} + \vec{AG} = 2\vec{a} - 2\vec{b} = 2(\vec{a} - \vec{b})$$
.

B3.
$$|\vec{AM}| = |3(\vec{a} + \vec{b})| = 3|\vec{a} + \vec{b}| = 3\sqrt{7}$$
.

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 4 + 2 \cdot 1 + 1 = 7$$

Άρα $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{7}$

$$|\vec{AG}|^2 = |4\vec{a} + 2\vec{b}|^2 = 16\vec{a}^2 + 16\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2 = 16 \cdot 4 + 16 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 84$$

$$\text{Άρα } |\vec{AG}| = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}.$$

$$\cos(\angle M, \angle G) = \frac{\vec{AM} \cdot \vec{AG}}{|\vec{AM}| |\vec{AG}|} = \frac{72}{3\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{21}} = \frac{72}{6 \cdot \sqrt{7} \sqrt{21}} = \frac{12}{\sqrt{7} \sqrt{21}}.$$

B4.

ΘΕΜΑ Γ

$$\begin{aligned} & \vec{il} - 1 = 0 \quad \vec{il} = 1 \\ & \vec{il} \text{ και } \Leftrightarrow \vec{il} \text{ και} \\ \text{Γ1. α. } & \vec{il} + 1 = 0 \quad \vec{il} = -1 \end{aligned}$$

ΑΔΥΝΑΤΟ. Άρα η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $l \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} & l = 1 \quad \vec{e}_1: ox + 2y - 4 = 0 \quad \vec{y} \quad y = 2 \\ & l = -1 \quad \vec{e}_2: -2x + oy - 2 = 0 \quad \vec{y} \quad x = -1 \end{aligned}$$

β. Άρα $M(-1, 2)$. Επαληθεύει την (1) για κάθε $l \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} & \gamma. \lambda_{AM} \text{ δεν ορίζεται άρα } x = -1, \lambda_{MB} = 0 \text{ οπότε } y = 2, \lambda_{MF} = \frac{4}{2} = 2 \text{ οπότε} \\ & MF: y - 2 = 2(x + 1). \text{ Άρα } y = 2x + 4. \end{aligned}$$

Γ2. α. $p = -2$ άρα $y^2 = -4x$

β. $E(-1, 0)$ και $\delta: x = -1$

$$y = -2x + \frac{1}{2}$$

γ.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $A = -6\lambda$, $B = 4\lambda$, $\Gamma = 9\lambda^2$ οπότε $A^2 + B^2 - 4\Gamma = 16\lambda^2 > 0$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}^*$.
Άρα είναι κύκλος με $K(3\lambda, -2\lambda)$ και ακτίνα $\rho = 2|\lambda|$.

Δ2. Είναι
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$y - 2\frac{x}{3} = -\frac{2}{3}$$

Άρα ο Γ.Τ. είναι ευθεία
$$y = -\frac{2}{3}x$$

Δ3. Για $\lambda = 1$ είναι $K(3, -2)$ και $\rho = 2 \cdot 1 = 2$ οπότε $d(M, K) = \sqrt{5}$. Άρα $d(M, K) > \rho$. Οπότε το M είναι εξωτερικό σημείο.

Δ4. $d(M, C)_{\max} = d(M, K) + \rho = \sqrt{5} + 2$

$d(M, C)_{\min} = d(M, K) - \rho = \sqrt{5} - 2$