

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 7 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2013

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Για δυο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω να αποδειχθεί ότι

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Μονάδες 8

A2. Να δοθεί ο ορισμός της διαμέσου δ ενός δείγματος n παρατηρήσεων.

Μονάδες 4

A3. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A και $x_1 \in A$.
Πότε λέμε ότι η f στο x_1 παρουσιάζει τοπικό μέγιστο;

Μονάδες 3

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το ιστόγραμμα συχνοτήτων αποτελείται από διαδοχικά ορθογώνια που κάθε ένα έχει εμβαδόν ίσο με την σχετική συχνότητα κάθε κλάσης.

Μονάδες 2

β) Μια συνάρτηση f είναι γν. αύξουσα σε ένα διάστημα Δ όταν για κάθε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ έχουμε $f(x_1) > f(x_2)$.

Μονάδες 2

γ) Δυο ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω λέγονται ασυμβίβαστα όταν $A \cap B = \emptyset$.

Μονάδες 2

δ) Αν A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω και $A \subseteq B$ τότε $P(A \cup B) = P(B)$.

Μονάδες 2

ε) Οι αθροιστικές συχνότητες N_i εκφράζουν το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι ίσες ή μεγαλύτερες της τιμής x_i .

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

Έστω Ω ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης και A, B δυο ενδεχόμενα του Ω . Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί

μόνο το ενδεχόμενο A είναι $\frac{1}{3}$ και η πιθανότητα να πραγματοποιηθούν τα ενδεχόμενα A και B συγχρόνως είναι $\frac{1}{4}$.

B1. Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου να πραγματοποιείται το ενδεχόμενο A .

Μονάδες 7

B2. Αν η πιθανότητα να πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα A, B είναι $\frac{5}{6}$ να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιείται το ενδεχόμενο B .

Μονάδες 7

B3. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων.

i) Να πραγματοποιείται μόνο ένα από τα A, B .

ii) Να μην πραγματοποιείται κανένα από τα A, B .

Μονάδες 6

B4. Αν το Ω αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα και το ενδεχόμενο A περιέχει 14 στοιχεία να βρείτε το πλήθος των στοιχείων του Ω .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Έστω x μια ποσοτική μεταβλητή ως προς την οποία εξετάζουμε ένα δείγμα μεγέθους n και $x_1, x_2, \dots, x_n$ οι παρατηρήσεις που έχουν μέση τιμή $\bar{x}$ και τυπική απόκλιση s . Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = x^3 - (\bar{x} + 2s)x^2 + 2\bar{x}x - s$, $x \in \mathbb{R}$. Αν η ευθεία $y = -9x + 11$ εφάπτεται της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της με τετμημένη $x_0 = 1$ τότε:

Γ1. Να δείξετε ότι $\bar{x} = 4, s = 1$ και να μελετήσετε την f ως προς τα ακρότατα.

Μονάδες 8

Γ2. Να βρείτε τον μικρότερο θετικό αριθμό c κατά τον οποίο πρέπει να αυξηθούν οι τιμές των παρατηρήσεων ώστε το δείγμα να είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

Γ3. Υποθέτουμε ότι η παραπάνω κατανομή είναι κανονική ή περίπου κανονική. Αν το πλήθος των παρατηρήσεων x_i με $x_i \geq 2$ είναι 10 τότε να βρείτε το μέγεθος του δείγματος.

Μονάδες 6

Γ4. Έστω A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω . Αν $A \subseteq B$ να αποδείξετε ότι: $P^3(A) - P^3(B) \geq 6P^2(A) - 6P^2(B)$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι θερμοκρασίες 100 περιοχών της Ελλάδας τον μήνα Ιανουάριο, οι οποίες έχουν επιλεγεί τυχαία.

Θερμοκρασίες	x_i	v_i	$x_i v_i$	N_i
[...,...)			$10x+2$	
[...,...)		26	$100e^{x-2}+4$	
[...,...)			$10x+160$	
[...,...)	$4x$		$384-120x$	
[...,...)			$-600A$	100
Σύνολο				

Όπου
$$A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^3 - 5x + 6} - 2}{-7x + 14}.$$

Δ1. Να δειχθεί ότι $A = -\frac{1}{4}.$

Δ2. Να βρεθεί το x ώστε η μέση τιμή των θερμοκρασιών να είναι η μικρότερη δυνατή.

Μονάδες 8

Δ3. Να βρεθεί το x ώστε η πιθανότητα μια περιοχή να έχει θερμοκρασία η οποία ανήκει στην 4^η κλάση να είναι ίση με την πιθανότητα μια περιοχή να έχει θερμοκρασία η οποία ανήκει στην 2^η κλάση, ελαττωμένη κατά 0,08.

Μονάδες 5

Δ4. Για $x=2$ να συμπληρωθεί ο πίνακας και να βρεθεί η πιθανότητα μια περιοχή να έχει θερμοκρασία από 5,4 ως 8.

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ(για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.

2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιό σας και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ