

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 21 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2013

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ που δεν είναι παράλληλα στον $\gamma' \gamma$ και έχουν συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2 αντίστοιχα. Δείξτε ότι $\vec{\alpha} \wedge \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$.

Μονάδες 10

A2. Να δώσετε τον ορισμό της έλλειψης με εστίες E', E .

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν είναι λανθασμένη.

α. Αν $A \neq \emptyset$ ή $B \neq \emptyset$, η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία.

β. Η εφαπτομένη του κύκλου $x^2 + y^2 = p^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $x \cdot y + x_1 y_1 = p^2$.

γ. Αν O είναι ένα σημείο αναφοράς τότε για οποιαδήποτε διάνυσμα $\vec{AB}$ έχουμε $\vec{AB} = \vec{OA} - \vec{OB}$.

δ. Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + Bx + \Gamma = 0$ με $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο $K(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2})$.

ε. Αν $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$ είναι η ορίζουσα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ τότε ισχύει $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ για τα οποία ισχύει $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 1$ και

$$(\alpha\beta)^{\frac{\pi}{3}} = 3.$$

Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\overline{AB} = 2\alpha + 4\beta$ και $\overline{A\Gamma} = 4\alpha + 2\beta$ και $\overline{AM}$ η διάμεσος του τριγώνου όπου M μέσο της $B\Gamma$.

B1. Δείξτε ότι $\alpha\beta = 1$.

Μονάδες 5

B2. Δείξτε ότι $\overline{AM} = 3(\alpha + \beta)$ και $\overline{B\Gamma} = 2(\alpha - \beta)$.

Μονάδες 8

B3. Να υπολογίσετε τα $|\overline{AM}|, |\overline{A\Gamma}|$.

Μονάδες 7

B4. Υπολογίστε το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων $\overline{AM}, \overline{A\Gamma}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 1)x + (\lambda + 1)y - \lambda - 3 = 0$ (1) $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. α. Δείξτε ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

β. Δείξτε ότι οι ευθείες που προκύπτουν από την (1) για τις διάφορες τιμές του λ διέρχονται από σταθερό σημείο του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες.

Μονάδες 5

γ. Έστω $M(-1, 2)$ το σημείο τομής των παραπάνω ευθειών. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο M και τα σημεία $A(-1, 3)$, $B(3, 2)$, $\Gamma(1, 6)$ αντίστοιχα.

Μονάδες 5

Γ2. α. Να βρείτε την εξίσωση της προβολής που έχει άξονα συμμετρίας του $x'x$ και κορυφή το $O(0, 0)$ που διέρχεται από το σημείο M .

Μονάδες 3

β. Να βρείτε την εστία E και την διευθέτουσα δ .

Μονάδες 2

γ. Να βρείτε την εφαπτομένη της παραβολής που είναι $//$ στην ευθεία $B\Gamma$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2+y^2-6\lambda x+4\lambda y+9\lambda^2=0$, $\lambda \neq 0$ (1).

Δ1. Δείξτε ότι (1) παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}^*$ του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.

Μονάδες 8

Δ2. Να βρείτε τον Γεωμετρικό τόπο των κέντρων των παραπάνω κύκλων.

Μονάδες 7

Δ3. Να δείξετε ότι το σημείο $M(1, 5)$ είναι εξωτερικό του κύκλου που προκύπτει από την (1) για $\lambda=1$.

Μονάδες 5

Δ4. Να βρείτε την ελάχιστη και την μέγιστη απόσταση του σημείου M από τον κύκλο που προκύπτει από την (1) για $\lambda=1$.

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ(για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιό σας και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ "ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ" ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ