

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 4 ΜΑΪΟΥ 2014

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $C: x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ είναι $xx_1 + yy_1 = \rho^2$.

Μονάδες 10

A2. Να δώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δυο μη μηδενικών διανυσμάτων.

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν είναι λανθασμένη.

α. Η παραβολή $y^2 = -px$, έχει εστία

β. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \text{προβ}_{\vec{\alpha}} \vec{\beta}$

γ. $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$

δ. Αν η εξίσωση $C: x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο, τότε έχει κέντρο το

σημείο $K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$

ε. Αν η AM είναι διάμεσος σε τρίγωνο $AB\Gamma$, τότε $AM = \frac{AB + A\Gamma}{2}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Αν είναι $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 3$, $\vec{\alpha} \wedge \vec{\beta} = \frac{2}{3}$ και τρίγωνο $AB\Gamma$ με διάμεσο AM και $\vec{AB} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$, $\vec{AM} = 3\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

B1. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.

Μονάδες 3

B2. Να εκφράσετε το $\vec{AB}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$.

Μονάδες 7

B3. Να υπολογίσετε το $\left| \frac{\vec{AM}}{AM} \right|$.

Μονάδες 7

B4. Να δείξετε ότι $\frac{\vec{AM} \cdot \vec{AB}}{AM \cdot AB} = \frac{\pi}{6}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα σημεία $A(1, 3)$, $B(-2, 2)$ και η ευθεία $\varepsilon: 3x+y+k=0$ όπου $k \in \mathbb{R}$.

Γ1. Αν η απόσταση του A από το B είναι ίση με την απόσταση του A από την ευθεία ε , να βρείτε την τιμή του k .

Μονάδες 8

Γ2. Για την τιμή $k=4$ να βρείτε:

i) Το εμβαδόν του τριγώνου που έχει κορυφές τα σημεία A , B και το σημείο Γ που η ευθεία ε τέμνει τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 8

ii) Ποιο σημείο της ευθείας ε έχει τη μικρότερη απόσταση από την αρχή O των αξόνων;

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 4x - 0 + \lambda = 0$, (I) $\lambda \neq 0$. Να αποδείξετε ότι:

Δ1. Η εξίσωση (I) παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$, του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

Μονάδες 6

Δ2. Κάθε κύκλος που προκύπτει από την (1) εφάπτεται στον άξονα $y'y$.

Μονάδες 6

Δ3. Τα κέντρα όλων των παραπάνω κύκλων ανήκουν σε παραβολή της οποίας να βρείτε την εστία και την διευθετούσα.

Μονάδες 6

Δ4. Αν $y^2=4x$ είναι η παραβολή του ερωτήματος **Δ3** να βρείτε την εφαπτομένη της παραβολής η οποία να είναι // στην $\epsilon: y=2x+1$.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ(για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιό σας και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ