

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 26 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2015

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. δ A2. γ A3. β A4. α

A5. α) Λ β) Λ γ) Σ δ) Λ ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Από το σχήμα απομάκρυνσης – χρόνου $y = f(t)$, προκύπτει $T = 1 \text{ s}$.

Από το σχήμα απομάκρυνσης – θέσης $y = f(x)$, προκύπτει $2,5 \lambda = 5 \text{ cm} \rightarrow \lambda = 2 \text{ cm}$.

Με εφαρμογή της θεμελιώδους εξίσωσης της κυματικής προκύπτει,

$$v = \frac{\lambda}{T} = 2 \text{ cm/s}.$$

B2. Σωστή απάντηση είναι η β.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, που κλείνουμε το διακόπτη Δ_1 , στο κύκλωμα $L_1 - C$ ξεκινά αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με τον πυκνωτή να είναι φορτισμένος με μέγιστο φορτίο Q . Άρα η χρονική εξίσωση του φορτίου θα είναι:

$$q = Q \sin \omega_1 t = Q \sin \frac{2\pi}{T_1} t$$

όπου T_1 η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος $L_1 - C$.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{3T_1}{2}$, που ανοίγουμε το διακόπτη Δ_1 και ταυτόχρονα κλείνουμε το διακόπτη Δ_2 , το φορτίο του πυκνωτή είναι:

$$q_1 = Q \sin \frac{2\pi}{T_1} \cdot \frac{3T_1}{2} = Q \sin 3\pi = -Q.$$

Το μέγιστο φορτίο της ηλεκτρικής ταλάντωσης στο κύκλωμα $L_2 - C$ θα είναι:

$$Q_2 = |q_1| = Q.$$

Τα μέγιστα ρεύματα στα δύο κυκλώματα δίνονται από τις σχέσεις:

$$I_1 = \omega_1 Q = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}} Q \text{ και}$$

$$I_2 = \omega_2 Q_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} Q = \frac{1}{\sqrt{4L_1 C}} Q = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{L_1 C}} Q \rightarrow I_2 = \frac{1}{2} I_1 \rightarrow I_1 = 2 I_2.$$

B3. Σωστή απάντηση είναι η α.

Το πλήθος των δεσμών του στάσιμου κύματος από την θέση 0,4 m έως τη θέση 1,6 m προσδιορίζεται ως εξής:

$$0,4 < (2N + 1) \frac{\lambda}{4} < 1,6 \rightarrow 0,4 < (2N + 1) 0,2 < 1,6 \rightarrow 2 < 2N + 1 < 8 \rightarrow 0,5 < N < 3,5$$

Όμως το N είναι ακέραιος άρα οι τιμές που μπορεί να πάρει είναι: N = 1, 2, 3

Επειδή μεταξύ των σημείων A και B υπάρχουν 3 δεσμοί, τα σημεία αυτά θα κινούνται με αντίθετη φορά άρα έχουν διαφορά φάσης $\Delta\phi = \pi \text{ rad}$.

Αλλιώς:

$$\psi_A = 2A \sin \frac{2\pi x_A}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi t}{T} = 2A \sin \pi \eta\mu \frac{2\pi t}{T} = -2A \eta\mu \frac{2\pi t}{T} \rightarrow$$

$$\psi_A = 2A \eta\mu \left(\frac{2\pi t}{T} + \pi \right)$$

$$\psi_B = 2A \sin \frac{2\pi x_B}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi t}{T} = 2A \sin 2\pi \eta\mu \frac{2\pi t}{T} = 2A \eta\mu \frac{2\pi t}{T}$$

Άρα τα σημεία A και B έχουν διαφορά φάσης $\Delta\phi = \pi \text{ rad}$.

B4. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Σε κάθε κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής: $\vec{p}_{\text{ολ}}^{\text{αρχ}} = \vec{p}_{\text{ολ}}^{\text{τελ}} \quad (1)$

Άρα: $|\Delta \vec{p}_{\text{ολ}}| = 0$.

Από την (1) παίρνουμε: $\vec{p}_M^{\text{αρχ}} + \vec{p}_m^{\text{αρχ}} = \vec{p}_M^{\text{τελ}} + \vec{p}_m^{\text{τελ}} \rightarrow m u + 0 = (m + M)V \rightarrow$

$$V = \frac{mu}{m+M} = \frac{mu}{m+3m} \rightarrow V = \frac{u}{4} \quad (2)$$

$$K_{\text{ολ}}^{\text{αρχ}} = K_M + K_m = 0 + \frac{1}{2} m u^2 \rightarrow K_{\text{ολ}}^{\text{αρχ}} = \frac{m u^2}{2} \quad (3).$$

$$K_{\text{ολ}}^{\text{τελ}} \neq K_M^{\text{τελ}} + K_m^{\text{τελ}} = \frac{1}{2} (m + M) V^2 \xrightarrow{(2)} K_{\text{ολ}}^{\text{τελ}} = \frac{1}{2} 4m \frac{u^2}{16} = \frac{m u^2}{8} \quad (4).$$

$$|\Delta K_{\text{ολ}}| = |K_{\text{ολ}}^{\text{τελ}} - K_{\text{ολ}}^{\text{αρχ}}| = \frac{3}{8} \mu u^2 \rightarrow |\Delta K_{\text{ολ}}| = \frac{3\mu u^2}{8}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Γνωρίζουμε ότι η απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι $2A$, οπότε: $d = 2A = 0,4\text{m} \rightarrow A = 0,2\text{ m}$. Επίσης γνωρίζουμε ότι ο χρόνος μετάβασης από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι $\frac{T}{2}$.

Άρα, $\Delta t = \frac{T}{2} = 0,1\pi\text{ s} \rightarrow T = 0,2\pi\text{ s}$.

Η σχέση γωνιακής συχνότητας – περιόδου είναι: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10\text{ rad/s} \rightarrow \omega = 10\text{ rad/s}$.

Γ2. Η ενέργεια που προσφέρουμε για να θέσουμε ένα σύστημα σε ταλάντωση είναι ίση με την ολική ενέργεια E της ταλάντωσης, η οποία υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E = \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \rightarrow E = \frac{1}{2} 0,1\text{ Kg} (10\text{ rad/s})^2 (0,2\text{ m})^2 \rightarrow E = 0,2\text{ J}.$$

Γ3. Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης σε συνάρτηση με την ταχύτητα του σώματος θα προκύψει από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας για την ταλάντωση:

$$K + U = E \rightarrow U = E - K = E - \frac{1}{2} m v^2 = 0,2\text{ J} - \frac{1}{2} 0,1\text{ Kg} (\sqrt{3}\text{ m/s})^2 \rightarrow U = 0,05\text{ J}.$$

Γ4. δ) Η συνάρτηση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η απομάκρυνση του σώματος σε σχέση με το χρόνο στη γενική της μορφή είναι:

$$x = A \eta\mu(\omega t + \varphi_0) = 0,2 \eta\mu(10t + \varphi_0) \quad (1).$$

Ο ταλαντωτής τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση με απομάκρυνση $x = 0,1\sqrt{2}\text{ m}$. Άρα έχει αρχική φάση την οποία υπολογίζουμε ως εξής:

$$\text{Θέτουμε στην εξίσωση της απομάκρυνσης } t = 0 \text{ και } 0,1\sqrt{2}. \text{ Έτσι η εξίσωση γίνεται: } 0,1\sqrt{2} = 0,2 \eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{4}$$

Γράφουμε τις λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης:

$$\varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4} \quad (2) \quad \text{ή} \quad \varphi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{4} = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4} \quad (3) \quad \text{με} \quad 0 \leq \varphi_0 < 2\pi$$

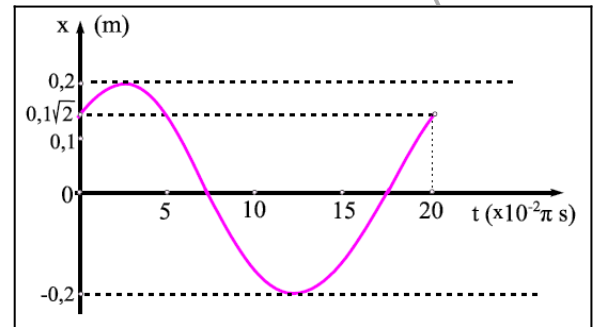
Επειδή το μέτρο της ταχύτητάς του ταλαντωτή μειώνεται, το σώμα κινείται από τη θέση ισορροπίας προς την ακραία θετική απομάκρυνση, δηλαδή έχει ταχύτητα θετική. Άρα για $\kappa = 0$ παίρνουμε:

από την σχέση (2): $\varphi_0 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$. Επειδή $u = u_{\max} \sin \frac{\pi}{4} > 0$ είναι δεκτή.

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$\chi = 0,2 \text{ ημ}(10t + \frac{\pi}{4}) \quad (1).$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα.



ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Τα σώματα ισορροπούν, άρα:

(Σώμα Σ_1):

$$\Sigma F = 0 \rightarrow T_1 = m_1 g \rightarrow \mathbf{T_1 = 40 \text{ N}}.$$

(Τροχαλία):

$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \rightarrow T_1 R_1 - T_2 R_2 = 0 \rightarrow 40 \text{ N } 0,05 \text{ m} = T_2 0,1 \text{ m} \rightarrow$$

$$\mathbf{T_2 = 20 \text{ N}}.$$

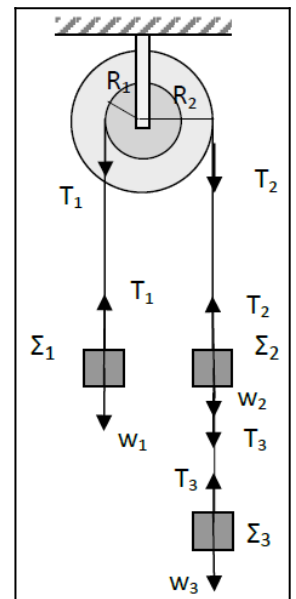
(Σώμα Σ_2):

$$\Sigma F = 0 \rightarrow T_2 = m_2 g + T_3 \rightarrow T_3 = T_2 - m_2 g = 20 \text{ N} - 10 \text{ N} \rightarrow$$

$$\mathbf{T_3 = 10 \text{ N}}.$$

(Σώμα Σ_3):

$$\Sigma F = 0 \rightarrow T_3 = m_3 g \rightarrow \mathbf{m_3 = 1 \text{ Kg}}.$$



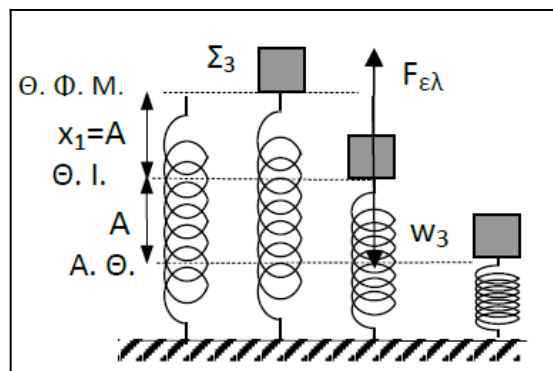
Δ2) Κόβουμε το νήμα που ενώνει τα σώματα Σ_2 και Σ_3 και τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του σώματος Σ_3 μηδενίζεται για 5^η φορά, μετά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, το σώμα Σ_2 κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα $u_2 = 8 \text{ m/s}$. Το σώμα Σ_3 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ξεκινώντας, χωρίς αρχική ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ από την πάνω ακραία του θέση. Η ταχύτητά του θα μηδενιστεί για πρώτη φορά όταν φτάσει στην κάτω ακραία θέση, και απαιτείται χρόνος μισής περιόδου. Σε χρονικό διάστημα μιας περιόδου η

ταχύτητα μηδενίζεται δύο φορές, άρα για να μηδενιστεί η ταχύτητα για 5^η φορά, απαιτείται χρονικό διάστημα $t = 2,5T$.

Η περίοδος της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_3}{k}} = \sqrt{\frac{1 \text{ Kg}}{\frac{100}{16} \text{ N/m}}} \rightarrow T = 0,8 \text{ s.}$$

Άρα $t = 2,5T = 2 \text{ s}$.



Το σώμα Σ_2 κινείται προς τα πάνω, κάνοντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και τη χρονική στιγμή $t = 2 \text{ s}$, έχει ταχύτητα, που δίνεται από τη σχέση:

$$v_2 = a_2 t \rightarrow 8 \text{ m/s} = a_2 2 \text{ s} \rightarrow a_2 = 4 \text{ m/s}^2.$$

β) Η επιτάχυνση του σώματος Σ_2 ισούται με τη γραμμική επιτάχυνση της τροχαλίας στο σημείο που εφάπτεται το αντίστοιχο σκοινί και είναι:

$$a_2 = a_y R_2 \rightarrow a_{\gamma\omega\gamma} = \frac{a_2}{R_2} \rightarrow a_y = 40 \text{ rad/s}^2.$$

Το σώμα Σ_1 κινείται προς τα κάτω, κάνοντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η επιτάχυνσή του ισούται με τη γραμμική επιτάχυνση της τροχαλίας στο σημείο που εφάπτεται το αντίστοιχο σκοινί και είναι:

$$a_1 = a_y R_1 \rightarrow a_1 = 2 \text{ m/s}^2.$$

Για την κίνηση του σώματος Σ_1 θα ισχύει ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής:

$$\Sigma F_1 = m_1 a_1 \rightarrow w_1 - T_1 = m_1 a_1 \rightarrow T_1 = w_1 - m_1 a_1 = m_1 g - m_1 a_1 \rightarrow T_1 = 32 \text{ N}.$$

Για την κίνηση του σώματος Σ_2 θα ισχύει ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής, άρα:

$$\Sigma F_2 = m_2 a_2 \rightarrow T_2 - w_2 = m_2 a_2 \rightarrow T_2 = m_2 a_2 + m_2 g \rightarrow T_2 = 14 \text{ N}.$$

Για την κίνηση της τροχαλίας θα ισχύει ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής, για τη στροφική κίνηση, άρα:

$$\Sigma T_{(K)} = I \alpha_y \rightarrow \overset{+}{T}_1 R_1 - \overset{+}{T}_2 R_2 = I \alpha_y \rightarrow 40 I = 1,6 - 1,4 \rightarrow I = \mathbf{0,005 \text{ Kg m}^2}.$$

γ) Η εξίσωση της ταλάντωσης του Σ_3 δίνεται από τη σχέση:

$$x = A \eta\mu(\omega t + \varphi_0). \quad (1)$$

Η απόσταση της θέσης φυσικού μήκους του ελατηρίου και της θέσης ισορροπίας της ταλάντωσης απέχουν κατά x_1 που θα βρεθεί από τη σχέση ισορροπίας του σώματος Σ_3 :

$$\Sigma F_3 = 0 \rightarrow F_{ελ} = m_3 g \rightarrow k x_1 = m_3 g \rightarrow \frac{100}{16} \pi^2 x_1 = 10 \rightarrow x_1 = \mathbf{0,16 \text{ m}}.$$

Αυτή η απόσταση ισούται και με το πλάτος της ταλάντωσης A , αφού η θέση που ξεκινάει να κινείται το σώμα είναι η πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης. Άρα $A = \mathbf{0,16 \text{ m}}$.

Η γωνιακή συχνότητα δίνεται από τη σχέση: $\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = 2,5\pi \text{ rad/s}$.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα έχει μηδενική ταχύτητα και βρίσκεται στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης $x = A$, λαμβάνοντας τη θετική φορά προς τα πάνω.

$$\text{Επομένως } A = A \eta\mu\varphi_0 \rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}.$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) η εξίσωση της απομάκρυνσης θα είναι:

$$x = 0,16 \eta\mu(2,5\pi t + \frac{\pi}{2}) \quad (\text{S.I.}).$$

Τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{2}{3} \text{ s}$ απομάκρυνση x είναι:

$$x = 0,16 \eta\mu(2,5\pi t + \frac{\pi}{2}) \rightarrow x = 0,16 \eta\mu(2,5\pi \frac{2}{3} + \frac{\pi}{2}) = 0,16 \eta\mu(\frac{5\pi}{3} + \frac{\pi}{2}) \rightarrow$$

$$x = 0,16 \eta\mu \frac{13\pi}{6} = 0,16 \eta\mu(2\pi + \frac{\pi}{6}) \rightarrow x = 0,16 \frac{1}{2} = 0,08 \text{ m}.$$

δ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_3 δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{W_{F_{ελ}}}{dt} = \frac{F_{ελ} dx}{dt} = F_{ελ} v = -k x v.$$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα Σ_3 βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση και έχει ταχύτητα μηδέν, άρα με αντικατάσταση στη σχέση (2) παίρνουμε:

$$\frac{dK}{dt} = 0 \text{ J/s.}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ "ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ" ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ