

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Μ. ΤΕΤΑΡΤΗ 8 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2015

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x)=x^2$ είναι $f'(x)=(x^2)'$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 7

A2. Να ορίσετε το **σταθμισμένο αριθμητικό μέσο ή σταθμικό μέσο** για τις τιμές $x_1, x_2, \dots, x_n$ ενός συνόλου δεδομένων που έχουν διαφορετική βαρύτητα και η οποία εκφράζεται με τους λεγόμενους συντελεστές βαρύτητας $w_1, w_2, \dots, w_n$.

Μονάδες 4

A3. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής;

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο A και $g(x) \neq 0$ για κάθε $x \in A$

$$\frac{f(x)g'(x) - g(x)f'(x)}{(g(x))^2} = \frac{f'(x)}{g(x)}$$

τότε ισχύει ότι: , για κάθε $x \in A$.

β) Ο συντελεστής μεταβλητότητας CV παριστάνει ένα μέτρο απόλυτης διασποράς και όχι ένα μέτρο σχετικής διασποράς.

γ) Η διάμεσος δ ενός δείγματος n παρατηρήσεων είναι πάντα μία από τις παρατηρήσεις.

δ) Το ενδεχόμενο «**Διαφορά του B από το A**» παραγματοποιείται όταν παραγματοποιείται το **A** και το **B**.

ε) Δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα είναι ασυμβίβαστα.

Μονάδες 2x5

ΘΕΜΑ Β

Ο χρόνος αναμονής σε $\min$ των μαθητών ενός σχολείου στη στάση του λεωφορείου έχει ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους. Το εύρος είναι $R=20 \min$, η κεντρική τιμή της τρίτης κλάσης είναι $10 \min$, 3 μαθητές περιμένουν λιγότερο από $4 \min$, 20

μαθητές λιγότερο από 12 min, το 84% περιμένουν χρόνο λιγότερο από 16 min, $N_5=50$ και $F_2=0,2$.

B1. Να αποδείξετε ότι το πλάτος c της κάθε κλάσης είναι 4 και να μεταφέρετε στο τετράδιό σας σωστά συμπληρωμένο τον παρακάτω πίνακα

Χρόνος σε min	xi	vi	Ni	fi	Fi	Fi%
[...,...)						
[...,...)						
[...,...)						
[...,...)						
[...,...)						
Σύνολο						

Μονάδες 8

B2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διασπορά και τη διάμεσο του χρόνου αναμονής των μαθητών του δείγματος.

Μονάδες 7

B3. Θεωρούμε ότι όλοι οι χρόνοι των μαθητών είναι ομοιόμορφα κατενεμημένοι σε κάθε μία από τις παρακάτω κλάσεις. Επιλέγουμε έναν μαθητή στην τύχη και θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: ο χρόνος αναμονής του μαθητή είναι μικρότερος από 10 min

B: ο χρόνος αναμονής του μαθητή είναι τουλάχιστον 8 min και λιγότερος από 17 min

α) Να βρείτε τις πιθανότητες $P(A)$ και $P(B)$

Μονάδες 5

β) Να βρείτε τις πιθανότητες $P(A \cup B)$, $P(A - B)$, $P((A \cup B) - A)$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Θεωρούμε μια μεταβλητή X η οποία μετράει σε mmHg τη συστολική πίεση ενός δείγματος A n ατόμων μιας πόλης και η οποία ακολουθεί περίπου την κανονική

κατανομή. Δίνεται ότι η μέση τιμή της κατανομής είναι $\bar{x}_A = 130$ mmHg και ότι το 84% του δείγματος έχει συστολική πίεση μεγαλύτερη από 125 mmHg.

Γ1. Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}_A$, την τυπική απόκλιση s_A του δείγματος A και να εξετάσετε αν το δείγμα A είναι ομοιογενές.

Μονάδες 8

Γ2. Έστω ότι για το δείγμα A ισχύει ότι $\bar{x}_A = 130$ mmHg και $s_A = 5$ mmHg. Ένα δεύτερο δείγμα B , επίσης n ατόμων, παρουσιάζει συστολική πίεση $y_i = x_i + 10$ mmHg, για κάθε $i=1, 2, \dots, n$, όπου x_i η συστολική πίεση των ατόμων του δείγματος A .

α) Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{Y}_B$, την τυπική απόκλιση s_B και να συγκρίνετε ως προς την ομοιογένεια τα δύο δείγματα.

Μονάδες 7

β) Αν επιπλέον το πλήθος των ατόμων του δείγματος A, των οποίων η συστολική πίεση παίρνει τιμές στο διάστημα $(\bar{x}_A + s_A, \bar{x}_A + 2s_A)$ είναι 540,
i) να βρείτε το μέγεθος n του δείγματος A.

Μονάδες 5

ii) Να βρείτε πόσα συνολικά άτομα και από τα δύο δείγματα έχουν συστολική πίεση κάτω από 135 mmHg.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{\alpha x^2 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$, με $\alpha > 0$, και η εφαπτομένη στο σημείο $A(1, f(1))$ της γραφικής παράστασης.

Δ1. α) Να δείξετε ότι $\alpha = \beta = 1$.

Μονάδες 5

β) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 5

Δ2. Θεωρούμε τα ενδεχόμενα A, B, Γ, ενός δειγματικού χώρου Ω , που οι πιθανότητες των ενδεχομένων του δίνονται από τις τεταγμένες y , σημείων (x, y) της εφαπτομένης (ε).

α) Για τις τετμημένες x των παραπάνω σημείων (x, y) να αποδείξετε ότι $0 \leq x \leq 2$.

Μονάδες 2

β) Έστω τα σημεία $K_{\frac{2}{5}, \frac{1}{5}}$, $M_{\frac{4}{5}, \frac{2}{5}}$, $N_{\frac{7}{5}, \frac{3}{5}}$ της εφαπτομένης (ε). Αν οι πιθανότητες των ενδεχομένων $(A \cap B)$, $A \cup B$ και A είναι διαφορετικές ανά δύο και στοιχεία του συνόλου $\{y_1, y_2, y_3\}$, τότε:

i) Να αποδείξετε ότι $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ και $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$

Μονάδες 5

ii) Να αποδείξετε ότι $f(P(A \cap B')) > f(P(A - B'))$.

Μονάδες 4

iii) Αν $P(G) = \frac{3}{10}$ να αποδείξετε ότι $\frac{1}{5} \leq P(B - G) \leq \frac{1}{2}$.

Μονάδες 4

ΟΔΗΓΙΕΣ(για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιό σας και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**