

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 26 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2015

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ που δεν είναι παράλληλα στον $\gamma\gamma$ και έχουν συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2 αντίστοιχα. Δείξτε ότι $\vec{\alpha} \wedge \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$.

Μονάδες 10

A2. Να δώσετε τον ορισμό της έλλειψης με εστίες E', E .

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν είναι λανθασμένη.

α. Αν $A \neq \emptyset$ ή $B \neq \emptyset$, η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία.

β. Η εφαπτομένη του κύκλου $x^2 + y^2 = p^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $x \cdot y + x_1 y_1 = p^2$.

γ. Αν O είναι ένα σημείο αναφοράς τότε για οποιαδήποτε διάνυσμα $\vec{AB}$ έχουμε $\vec{AB} = \vec{OA} - \vec{OB}$.

δ. Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + Bx + \Gamma = 0$ με $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο $K(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2})$.

ε. Αν $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$ είναι η ορίζουσα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ τότε ισχύει $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ για τα οποία ισχύει $|\vec{\alpha}| = \sqrt{2}$, $|\vec{\beta}| = 1$ και $(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \wedge (2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta})$.

B1. Να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 1$.

Μονάδες 5

B2. Να βρείτε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$.

Μονάδες 7

B3. Να αποδείξετε ότι: $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}|$.

Μονάδες 8

B4. Να βρείτε την προβολή του διανύσματος $2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$ στο διάνυσμα $\vec{\alpha}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 1)x + (\lambda + 1)y - \lambda - 3 = 0$ (1) $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. α. Δείξτε ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

β. Δείξτε ότι οι ευθείες που προκύπτουν από την (1) για τις διάφορες τιμές του λ διέρχονται από σταθερό σημείο του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες.

Μονάδες 5

γ. Έστω $M(-1, 2)$ το σημείο τομής των παραπάνω ευθειών. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο M και τα σημεία $A(-1, 3)$, $B(3, 2)$, $\Gamma(1, 6)$ αντίστοιχα.

Μονάδες 5

Γ2. α. Να βρείτε την εξίσωση της προβολής που έχει άξονα συμμετρίας του $x'x$ και κορυφή το $O(0, 0)$ που διέρχεται από το σημείο M .

Μονάδες 3

β. Να βρείτε την εστία E και την διευθέτουσα δ .

Μονάδες 2

γ. Να βρείτε την εφαπτομένη της παραβολής που είναι // στην ευθεία ΒΓ.
Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2+y^2-2\lambda x-4\lambda y+\lambda^2=0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ1. Ναδειχθεί ότι για κάθε $\lambda \neq 0$ η παραπάνω εξίσωση παριστάνει κύκλο.
Μονάδες 6

Δ2. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων των παραπάνω κύκλων.
Μονάδες 5

Δ3. Να εξεταστεί αν υπάρχει κύκλος (από τους παραπάνω) που να διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
Μονάδες 3

Δ4. Να δείξετε ότι το σημείο $M(4, 6)$ είναι εξωτερικό του κύκλου που προκύπτει για $\lambda=1$.
Μονάδες 4

Δ5. Να βρείτε την ελάχιστη και την μέγιστη απόσταση του σημείου M από τον κύκλο που προκύπτει για $\lambda=1$.
Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ(για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιό σας και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ "ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ" ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ