

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 24 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2016

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΟΜΑΔΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. β A2. α A3. β A4. γ

A5. α) Σ β) Λ γ) Σ δ) Σ ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η β.

Ο μηχανοδηγός του τρένου Α ακούει τον ήχο που εκπέμπει το τρένο Α με συχνότητα $\frac{u_{\kappa} + u_1}{u_{\kappa} - u_2} f$

$f_{A1} = f$ και τον ήχο που εκπέμπει το τρένο Β με συχνότητα: $f_{A2} = \frac{u_{\kappa} + u_1}{u_{\kappa} - u_2} f$.

Άρα η συχνότητα των διακροτημάτων που ακούει είναι:

$$f_{\delta(A)} = f_{A2} - f_{A1} \rightarrow f_{\delta(A)} = \frac{u_{\kappa} + u_1}{u_{\kappa} - u_2} f - f = \frac{u_{\kappa} + u_1 - u_{\kappa} + u_2}{u_{\kappa} - u_2} f = \frac{u_1 + u_2}{u_{\kappa} - u_2} f$$

Ο μηχανοδηγός του τρένου Β ακούει τον ήχο που εκπέμπει το τρένο Β με συχνότητα $\frac{u_{\kappa} + u_2}{u_{\kappa} - u_1} f$

$f_{B2} = f$ και τον ήχο που εκπέμπει το τρένο Α με συχνότητα: $f_{B1} = \frac{u_{\kappa} + u_2}{u_{\kappa} - u_1} f$.

Άρα η συχνότητα των διακροτημάτων που ακούει είναι:

$$f_{\delta(B)} = f_{B1} - f_{B2} \rightarrow f_{\delta(B)} = \frac{u_{\kappa} + u_2}{u_{\kappa} - u_1} f - f = \frac{u_{\kappa} + u_2 - u_{\kappa} + u_1}{u_{\kappa} - u_1} f = \frac{u_1 + u_2}{u_{\kappa} - u_1} f$$

$$\frac{f_{\delta(A)}}{f_{\delta(B)}} = \frac{\frac{u_1 + u_2}{u_{\kappa} - u_2}}{\frac{u_1 + u_2}{u_{\kappa} - u_1}} = \frac{u_{\kappa} - u_1}{u_{\kappa} - u_2} \xrightarrow{u_1 > u_2 \rightarrow u_{\kappa} - u_1 < u_{\kappa} - u_2} \frac{\delta(A)}{\delta(B)} < 1$$

Όμως

$$\rightarrow f_{\delta(A)} < f_{\delta(B)}.$$

B2. Α. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Εφαρμόζουμε Bernoulli για μια ρευματική γραμμή από την επιφάνεια του υγρού έως το σημείο Α και παίρνουμε:

$$\text{Σχήμα (α): } p_{\text{atm}} + \rho g 2y + 0 = p_{\text{atm}} + \rho g y + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \rightarrow \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \rho g y \rightarrow v_1^2 = 2gy \rightarrow v_1 = \sqrt{2gy}.$$

$$\text{Σχήμα (β): } p_{\text{atm}} + \rho g 2y + 0 = p_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \rightarrow \frac{1}{2} \rho v_2^2 = \rho g 2y \rightarrow v_2^2 = 4gy \rightarrow v_2 = \sqrt{4gy} = 2\sqrt{gy} \text{ άρα } v_2 > v_1.$$

Β. Σωστή απάντηση είναι η α.

Η παροχή στο σωλήνα είναι σταθερή, άρα $A_\Gamma u_\Gamma = A_A u_1$.

Όμως $A_\Gamma = A_A = A$ άρα $u_\Gamma = u_1$.

Εφαρμόζουμε Bernoulli για μια ρευματική γραμμή από την επιφάνεια του υγρού έως το σημείο Γ και παίρνουμε:

$$\text{Σχήμα (α): } p_{\text{atm}} + \rho g 2y + 0 = p_\Gamma + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \rightarrow p_\Gamma = p_{\text{atm}} + \rho g 2y - \frac{1}{2} \rho 2gy \rightarrow p_\Gamma = p_{\text{atm}} + \rho g y.$$

Γ. Σωστή απάντηση είναι η β.

Η παροχή στο σωλήνα είναι σταθερή, άρα $A_\Gamma u_\Gamma = A_A u_2$.

Όμως $A_\Gamma = A_A = A$ άρα $u_\Gamma = u_2$.

Εφαρμόζουμε Bernoulli για μια ρευματική γραμμή από την επιφάνεια του υγρού έως το σημείο Γ και παίρνουμε:

$$\text{Σχήμα (β): } p_{\text{atm}} + \rho g y + 0 = p_\Gamma + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \rightarrow p_\Gamma = p_{\text{atm}} + \rho g y - \frac{1}{2} \rho 4gy \rightarrow p_\Gamma = p_{\text{atm}} - \rho g y.$$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Με βάση την ΑΔΟ για την πρώτη (πλαστική) κρούση έχουμε ότι:

$$m v = (3m + m) V \rightarrow V = \frac{v}{4} \quad (1)$$

Επειδή το συσσωμάτωμα ξεκινά την ταλάντωσή του από τη θέση ισορροπίας του η ταχύτητα του θα είναι η μέγιστη ταχύτητα για την ταλάντωση αυτή οπότε:

$$V = \omega_1 A_1 = \sqrt{\frac{k}{3m+m}} A_1 = \sqrt{\frac{k}{4m}} A_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} A_1 \xrightarrow{\omega} \frac{v}{4} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} A_1 \rightarrow v = 2 \sqrt{\frac{k}{m}} A_1. \quad (2)$$

Η ταχύτητα του σώματος Σ μετά τη δεύτερη (μετωπική και ελαστική) κρούση είναι:

$$V_1 = \frac{2m}{3m+m} v = \frac{v}{2} \quad (3)$$

κι επειδή ξεκινά την ταλάντωσή του από τη θέση ισορροπίας του η ταχύτητα του θα είναι η μέγιστη ταχύτητα για την ταλάντωση αυτή οπότε:

$$V_1 = \omega_2 A_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}} A_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{k}{m}} A_2 \xrightarrow{\text{Θ}} \frac{v}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{k}{m}} A_2 \rightarrow v = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{k}{m}} A_2 \quad (4)$$

$$\text{Από τις (2) και (4) έχουμε ότι: } 2 \sqrt{\frac{k}{m}} A_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{k}{m}} A_2 \rightarrow A_1 = \frac{A_2}{\sqrt{3}} \rightarrow A_2 = A_1 \sqrt{3} .$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Συγκρίνοντας τη δεδομένη εξίσωση του στάσιμου κύματος $y = 0,03 \sin \frac{\pi x}{0,3} \sin \frac{\pi t}{0,2}$ (S.I.) με τη γενική εξίσωση των στάσιμων κυμάτων $y = 2 A \sin \frac{\pi x}{\lambda} \sin \frac{\pi t}{T}$ προκύπτουν τα εξής:

$$2A = 0,03 \text{ m} \rightarrow A = 0,015 \text{ m}, \quad \frac{\pi x}{\lambda} = \frac{\pi x}{0,3} \rightarrow \lambda = 0,6 \text{ m} \text{ και}$$

$$\frac{\pi t}{T} = \frac{\pi t}{0,2} \rightarrow T = 0,2 \text{ s} \text{ άρα } f = 5 \text{ Hz}.$$

Γ2. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τα κύματα που συμβάλλουν, για να δημιουργήσουν το στάσιμο κύμα είναι:

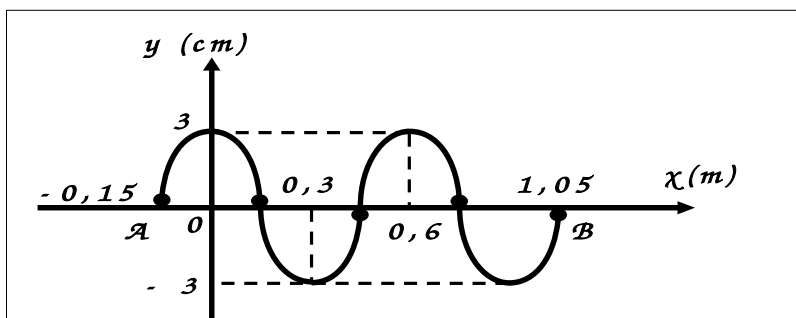
$$y_1 = 0,015 \sin \left(2\pi \left(5t - \frac{x}{0,3} \right) \right) \text{ και } y_2 = 0,015 \sin \left(2\pi \left(5t + \frac{x}{0,3} \right) \right) \text{ (S.I.)}$$

Γ3. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,25 \text{ s}$ η εξίσωση του στάσιμου κύματος γράφεται:

$$y = 0,03 \sin \left(\frac{\pi x}{0,3} \right) \sin \left(2,5\pi \right) = 0,5 \sin \left(\frac{\pi x}{0,3} \right) \sin \left(2\pi + \frac{\pi}{2} \right) \rightarrow y = 0,03 \sin \left(\frac{\pi x}{0,3} \right) \text{ (SI)}.$$

Για $x = 0 \text{ m}$, $y = + 0,03 \text{ m}$, κατά συνέπεια η κοιλία στη θέση $x = 0$ θα βρίσκεται στην ακραία θετική της θέση, αλλά και όλα τα σημεία της χορδής που ταλαντώνονται θα είναι ταυτόχρονα στις ακραίες τους θέσεις. Η πρώτη κοιλία απέχει από το άκρο της

χορδής Α, που είναι δεσμός, απόσταση $\frac{\lambda}{4} = 0,15 \text{ m}$, άρα το σημείο Α έχει θέση $x_A = - 0,15 \text{ m}$. Το ζητούμενο στιγμιότυπο είναι:



Οι δεσμοί που δημιουργούνται στη χορδή συνολικά είναι 5.

Γ4. Το σημείο Δ που απέχει από το άκρο Α της χορδής 0,2 m θα βρίσκεται στη θέση $x_{\Delta} = 0,2 \text{ m} - 0,15 \text{ m} = 0,05 \text{ m}$. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Δ θα δίνεται από τη σχέση:

$$A_{\Delta} = 0,03 \left| \sin \frac{\pi \cdot 0,05}{0,3} \right| = 0,03 \left| \sin \frac{\pi}{6} \right| = 0,03 \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow A_{\Delta} = 0,015\sqrt{3} \text{ m}.$$

Η ταχύτητα του σημείου Δ τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{25}{60} \text{ s}$ θα είναι:

$$v_{\Delta} = \omega A_{\Delta} \sin \frac{2\pi t}{T} = 10\pi \cdot 0,03 \sin \left(\frac{2\pi \cdot \frac{25}{60}}{0,3} \right) \sin(10\pi t_2) = 0,3\pi \sin \left(\frac{\pi}{6} \right) \sin \left(10\pi \frac{25}{60} \right) \rightarrow$$

$$v_{\Delta} = 0,3\pi \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \left(4\pi + \frac{\pi}{6} \right) = 0,3\pi \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow v_{\Delta} = 0,225\pi \text{ m/s}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η ράβδος ισορροπεί, άρα:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \rightarrow m g \frac{\ell}{2} = T \ell \rightarrow$$

$$T = \frac{mg}{2} = 5 \text{ N}.$$

Το νήμα είναι αβαρές επομένως $T = T' = 5 \text{ N}$.

Η διπλή τροχαλία ισορροπεί, άρα:

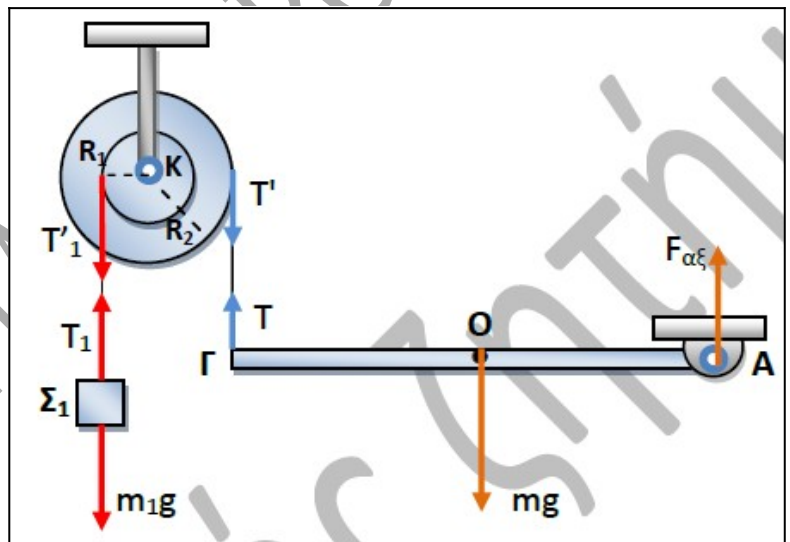
$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \rightarrow T_1 R_1 - T R_2 = 0 \rightarrow T_1 R_1 = T R_2 = 0 \rightarrow T_1 = 2T = 10 \text{ N}.$$

Το νήμα είναι αβαρές επομένως $T_1 = T_1' = 10 \text{ N}$.

Το σώμα Σ_1 ισορροπεί, άρα: $\Sigma F = 0 \rightarrow T_1 = m_1 g \rightarrow m_1 = 1 \text{ Kg}$.

Η ράβδος ισορροπεί, άρα: $\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{\alpha\xi} = mg - T \rightarrow F_{\alpha\xi} = 5 \text{ N}$.

Δ2. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της (Α) είναι σύμφωνα με το θεώρημα του Steiner:



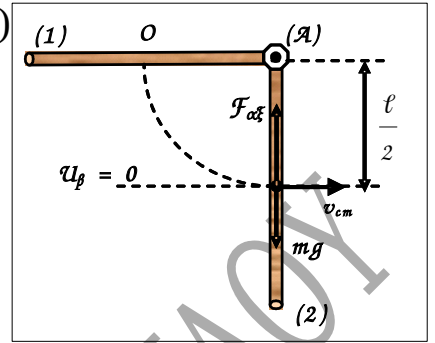
$$I_{(A)} = I_{cm} + m \frac{d^2}{dt^2} = \frac{1}{2} m \ell^2 + m \frac{\ell^2}{4} = \frac{3}{2} m \ell^2.$$

Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ για τη ράβδο από την θέση (1) ως την θέση (2):

$$E_{\mu\kappa}^{\text{op}\chi} = \frac{\tau\epsilon\lambda}{\mu\kappa} \rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow$$

$$mg \frac{l}{2} = \frac{1}{2} I_{(A)} \omega^2 \rightarrow \cancel{mg l} = \frac{1}{3} \cancel{ml^2} \omega^2 \rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}} \rightarrow \omega = \mathbf{10 \text{ rad/s.}}$$

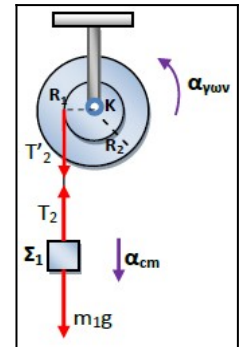


Το σώμα (Σ_1) κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση, άρα:

$$\Sigma F^r = m_1 \ddot{a}_{cm}^r \rightarrow m_1 g - T_2 = m_1 \alpha_{cm} \rightarrow T_2 = m_1 g - m_1 \alpha_{cm} \quad (1)$$

Η διπλή τροχαλία κάνει ομαλά επιταχυνόμενη περιστροφική κίνηση, άρα:

$$\Sigma \tau_{(K)} = I_K \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow T_2 R_1 = I_K \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$



Επειδή το νήμα είναι αβαρές, μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του δίσκου (1) ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_{γων} R_1$ (3).

Από την (2) λόγω της (1) και (3) παίρνουμε:

$$\begin{aligned} (m_1 g - m_1 \alpha_{cm}) R_1 &= I_K a_{\gamma\omega v} \rightarrow (10 - 0,2 \alpha_{\gamma\omega v}) 0,2 = 0,18 a_{\gamma\omega v} \rightarrow \\ (10 - 0,2 \alpha_{\gamma\omega v}) 20 &= 18 a_{\gamma\omega v} \rightarrow 200 - 4 \alpha_{\gamma\omega v} = 18 a_{\gamma\omega v} \rightarrow 200 = 22 \alpha_{\gamma\omega v} \rightarrow \\ \alpha_{\gamma\omega v} &= \underline{\underline{100}} \text{ rad/s}^2 \text{ και } \alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega v} R_1 = \underline{\underline{20}} \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

Η χρονική στιγμή t_1 που η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας γίνεται τετραπλάσια της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου, όταν αυτή διέρχεται από την κατακόρυφη θέση της είναι ίση με:

$$\omega_{\tau} = 4\omega \rightarrow \alpha_{\text{yov}} t_1 = 40 \text{ rad/s} \rightarrow \frac{100}{11} \text{ rad/s}^2 t_1 = 40 \text{ rad/s} \rightarrow t_1 = \mathbf{4,4 \text{ s.}}$$

Δ3. Επειδή κατά την περιστροφή της ράβδου η κίνηση του κέντρου μάζας της είναι κυκλική, εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο για την κυκλική κίνηση του κέντρου μάζας όταν η ράβδος διέρχεται από την κατακόρυφη θέση:

$$\Sigma F_R = m \frac{v_{cm}^2}{R} \rightarrow F_{\alpha\xi} - mg = m \frac{v_{cm}^2}{R} \rightarrow F_{\alpha\xi} = mg + m \omega^2 \frac{R}{2} \rightarrow$$

$$F_{\alpha\xi} = mg + m \omega^2 \frac{R}{2} = 10 + 15 \rightarrow \mathbf{F_{\alpha\xi} = 25 \text{ N.}}$$

Δ4. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής συστήματος διπλή τροχαλία – σώμα Σ₁ είναι:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau_{(K)} = m_1 g R_1 - T_2 R_1 + T_2 R_1 \xrightarrow{T_2 = T_1} \frac{dL}{dt} = m_1 g R_1 = \mathbf{2 \text{ N m}}$$

Δ5. Το έργο της τάσης που ασκείται από το νήμα στην τροχαλία από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 μπορεί να υπολογιστεί εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ για την περιστροφική κίνηση της τροχαλίας:

$$K_{(τελ)} - K_{(αρχ)} = W_{T_2} \rightarrow \frac{1}{2} I_K (4\omega)^2 = W_{T_2} \rightarrow \frac{W_{T_2}}{2} = 0,18 \cdot 1600 \rightarrow \mathbf{W_{T_2} = 144 \text{ J.}}$$