

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Μ. ΤΕΤΑΡΤΗ 27 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2016

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι αν $a > 0$ με $a \neq 1$ τότε για κάθε $\theta > 0$ και $k \in \mathbb{R}$ ισχύει:

$$\log_a a^k = k \cdot \log_a a$$

Μονάδες 9

A2. α) Πότε μια συνάρτηση λέγεται γνησίως αύξουσα;

Μονάδες 3

β) Πότε μία συνάρτηση με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A λέγεται άρτια;

Μονάδες 3

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x+p$, αν και μόνο αν $P(p)=0$.

Μονάδες 2

β) Αν $a > 0$ με $a \neq 1$ και $\theta > 0$ τότε $a^x = \theta \Leftrightarrow x = \log_a \theta$.

Μονάδες 2

γ) Η συνάρτηση $f(x) = \sigma \phi x$ έχει πεδίο ορισμού της το σύνολο $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \sin x \neq 0\}$.

Μονάδες 2

δ) Η συνάρτηση $f(x) = a^x$ με $0 < a < 1$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 2

ε) Οι αριθμοί $\ln \frac{5}{3}$ και $\ln \frac{3}{5}$ είναι αντίθετοι.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=2 \sin 2x-1$.

B1. Να βρεθεί η μέγιστη τιμή, η ελάχιστη τιμή και η περίοδος της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

B2. Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες $x'x$ στο $[0,2\pi]$.

Μονάδες 9

$$k = \frac{f\left(\frac{\pi}{12}\right) + f\left(\frac{5\pi}{12}\right) + f\left(\frac{\pi}{6}\right)}{1 - f\left(\frac{\pi}{4}\right)}$$

B3. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Έστω το πολυώνυμο $P(x)=2x^3+(\alpha+\beta)x^2+(2\alpha+5\beta)x+3$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε το $x+1$ να 'ναι παράγοντας του $P(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x-2)$ να ισούται με -9 .

Μονάδες 9

Γ2. Για $\alpha = -7$ και $\beta = 2$.

α) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq 0$.

Μονάδες 9

β) Να κάνετε την διαίρεση $P(x):(x^2-1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{4-x}{4+x}$.

Δ1. Να ορίσετε το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 7

Δ2. Να λύσετε την εξίσωση $f(x)-f(-x)=-2\ln 3$.

Μονάδες 9

Δ3. Να λύσετε την εξίσωση $e^{2f(x)}+3=4 \cdot e^{f(x)}$.

Μονάδες 9

ΟΔΗΓΙΕΣ(για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιό σας και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**