

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΑΒΒΑΤΟ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$. Να αποδείξετε ότι:

i. $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$

ii. $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 13

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ):

i. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύει ότι:

$|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$.

ii. Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει ότι $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$.

iii. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύει ότι: $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Rightarrow \alpha = 0$ ή $\beta = 0$.

iv. Αν, $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, τότε αν $\alpha < \beta$ και $\beta < \gamma$ θα είναι και $\alpha < \gamma$.

Μονάδες 4x3

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η παράσταση $A = |4x - 8| + 1$, όπου x πραγματικός αριθμός.

B1. Να αποδείξετε ότι:

i. $A = 4x - 7$ για κάθε $x \in [2, +\infty)$.

Μονάδες 6

ii. $A = -4x + 9$ για κάθε $x \in (-\infty, 2)$.

Μονάδες 6

B2. Αν $x \in [2, +\infty)$ να δείξετε ότι $\frac{16x^2 - 49}{|4x - 8| + 1} = 4x + 7$.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $x^2 - x - 6 = 0$.

Μονάδες 4

ii. $(x-1)^2 - |x-1| - 6 = 0$.

Μονάδες 8

Γ2. i. Να λύσετε την ανίσωση $-x^2 + x + 6 < 0$.

Μονάδες 6

ii. Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού λ η εξίσωση $x^2 + 2x + \frac{\lambda^2}{4} = 0$ είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$;

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^2 + 3x - \beta$, $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(0, -5)$ και

$$\sqrt{2} \cdot \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1}.$$

Δ1. Να δείξετε ότι $\alpha = 2$ και $\beta = 5$.

Μονάδες 8

Δ2. Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες $x'x$, $y'y$.

Μονάδες 6

Δ3. Να βρείτε τα διαστήματα όπου η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον $x'x$.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε τα κοινά σημεία της C_f με την γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = x^2 + 7x - 8$.

Μονάδες 5

Οδηγίες προς υποψηφίους

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να **μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.**
3. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
4. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
5. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό διαρκείας και μόνον ανεξίτηλης μελάνης.**
6. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ