

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
Μ. ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2017
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΟΜΑΔΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

A1. β A2. γ A3. β A4. α

A5. α) Σ β) Λ γ) Σ δ) Λ ε) Σ

Θέμα Β

B1. Α) Σωστή απάντηση είναι η β.

Εφαρμόζω αρχή διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) στην διεύθυνση του ελατηρίου για πλαστική κρούση:

$$p_{\text{αρχ}}^r = p_{\text{τελ}}^r \rightarrow m v_1 = (m + m) V_{\Sigma} - \frac{v_1 = v_{\text{max}} = \omega_1 A \rightarrow$$

$$m \omega_1 A = 2m V_{\Sigma} \rightarrow V_{\Sigma} = \sqrt{\frac{k}{m}} \frac{A}{2}.$$

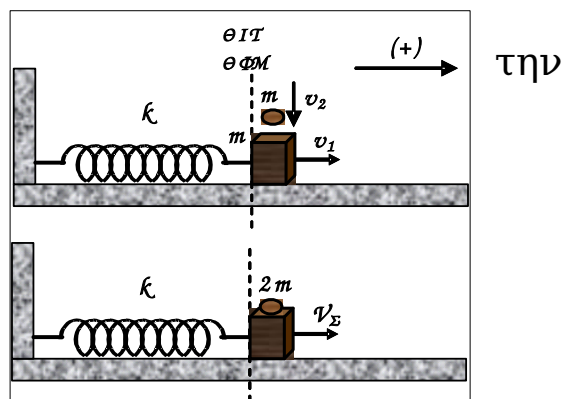
Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα κάνει ΑΑΤ γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με:

$$D = k = (m + m) \omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$$

Επειδή η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης δεν άλλαξε μετά την κρούση η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση θα είναι και η μέγιστη ταχύτητα της ΑΑΤ που θα ακολουθήσει, δηλαδή:

$$V_{\Sigma} = V_{\text{max}} = \omega A' \rightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{k}{2m}} A' \rightarrow A' = \frac{A\sqrt{2}}{2}.$$

B) Σωστή απάντηση είναι η γ.



Το ποσοστό απωλειών της κινητικής ενέργειας στην κρούση είναι:

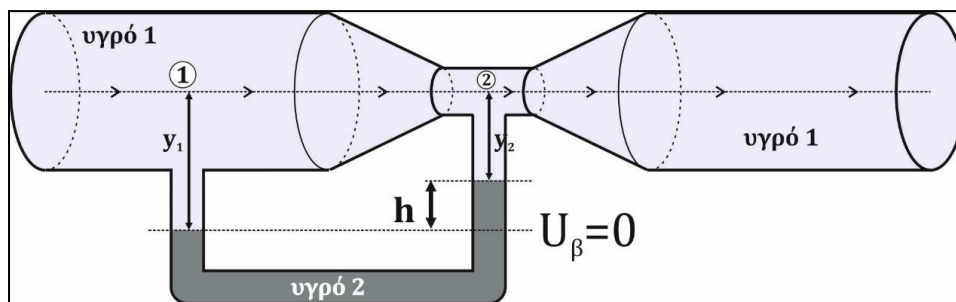
$$\frac{K_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}} - K_{\text{τελ}}^{\text{συστ}}}{K_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}}} 100\% = \frac{\frac{1}{2} m u_1^2 + \frac{1}{2} m u_2^2 - \frac{1}{2} m V^2}{\frac{1}{2} m u_1^2 + \frac{1}{2} m u_2^2} = \frac{m^2 \frac{u_1^2}{4}}{m^2 \frac{u_1^2}{4}} = \frac{3}{4} 100\% = 75\%$$

B2. Σωστή απάντηση είναι η β

$$\text{Είναι } A_1 = \pi r_1^2 = \pi \frac{\delta_1^2}{4} = \pi \frac{\delta_2^2}{4} = 2A_2.$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση της συνέχειας: $A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow 2A_2 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow v_2 = 2v_1$ (1).

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli για τα σημεία (1) και (2) που ανήκουν στην ίδια ρευματική γραμμή:



$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 + \rho_1 g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_1 v_2^2 + \rho_1 g (h + y_2) \quad \text{with } y_1 = y_2 + h \rightarrow$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_1 4v_1^2 \rightarrow p_1 - p_2 = \frac{3}{2} \rho_1 v_1^2 \quad (2).$$

Τα σημεία του υγρού (2) που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο έχουν την ίδια πίεση, άρα εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της υδροστατικής παίρνουμε:

$$p_1 + \rho_1 g y_1 = p_2 + \rho_2 g h + \rho_1 g y_2 \rightarrow p_1 - p_2 = \rho_2 g h + \rho_1 g y_2 - \rho_1 g y_1 \rightarrow$$

$$p_1 - p_2 = \rho_2 g h + \rho_1 g (y_2 - y_1) \rightarrow p_1 - p_2 = \rho_2 g h + \rho_1 g h \rightarrow p_1 - p_2 = (\rho_2 - \rho_1) g h \rightarrow$$

$$p_1 - p_2 = 6 \rho_1 g h \quad (3).$$

$$\text{Από τις σχέσεις (2) και (3) έχουμε: } \frac{3}{2} \rho_1 v_1^2 = 6 \rho_1 g h \rightarrow v_1^2 = 4gh \rightarrow v_1 = 2\sqrt{gh}.$$

Υπολογίζουμε τώρα την παροχή Π:

$$\Pi = A_1 v_1 = \pi \frac{\delta_1^2}{4} 2\sqrt{gh} \rightarrow \Pi = \frac{\pi \delta_1^2}{2} \sqrt{gh}.$$

B3. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Στις θέσεις ισορροπίας των ταλαντώσεων των σωμάτων A και B ισχύει:

$$\Sigma F^r = 0 \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = m_A g \rightarrow k_A \Delta\ell_{0(A)} = m_A g$$

$$\Delta\ell_{0(A)} = \frac{m_A g}{k_A}.$$

$$\Sigma F^r = 0 \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = m_B g \rightarrow k_B \Delta\ell_{0(B)} = m_B g$$

$$\Delta\ell_{0(B)} = \frac{m_B g}{k_B}.$$

Επειδή τα σώματα A και B αφήνονται από την ΘΦΜ για να εκτελέσουν φθίνουσα ταλάντωση, η ΘΦΜ θα είναι ακραία θέση της ταλάντωσης τους, άρα τα αρχικά πλάτη των φθινουσών ταλαντώσεων τους θα είναι ίσα με:

$$A_A = \Delta\ell_{0(A)} = \frac{m_A g}{k_A} \quad \text{και} \quad A_B = \Delta\ell_{0(B)} = \frac{m_B g}{k_B}.$$

Η θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον λόγω των αποσβέσεων ισούται αριθμητικά με την αρχική ενέργεια ταλάντωσης. Επομένως

για το σώμα A θα είναι: $Q_A = \frac{1}{2} k_A A_A^2 = 2\text{J}$ και για το σώμα B: $Q_B = \frac{1}{2} k_B A_B^2$. Όμως:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{\frac{1}{2} k_A A_A^2}{\frac{1}{2} k_B A_B^2} = \frac{k_A \frac{m_A^2 g^2}{k_A^2}}{k_B \frac{m_B^2 g^2}{k_B^2}} = \frac{m_A^2 k_B}{m_B^2 k_A} = \frac{m_A = m_B}{k_A = 2k_B} \rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{1}{2}$$

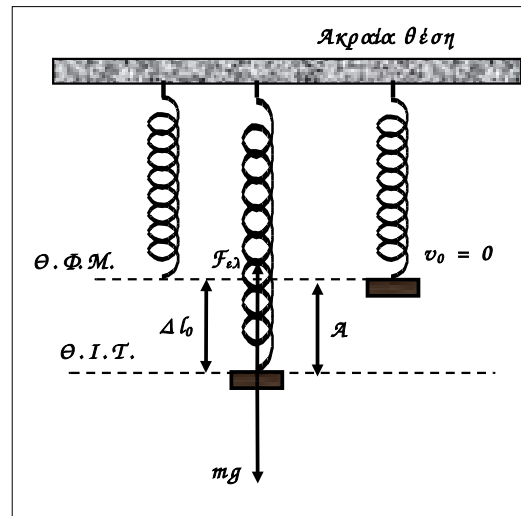
$$\rightarrow Q_B = 2Q_A = 4\text{J}.$$

Θέμα Γ'

Γ1. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι η θέση του 1^{ου} δεσμού (σημείο Δ) του στάσιμου κύματος που έχει δημιουργηθεί είναι $x_\Delta = +0,2\text{m}$.

Επομένως το μήκος κύματος των αρχικών κυμάτων είναι: $\frac{\lambda}{4} = 0,2\text{ m} \rightarrow \lambda = 0,8\text{ m}$.

Επίσης από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι το συνολικό μήκος L της χορδής είναι:



$$L = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} = \frac{5\lambda}{4} \rightarrow L = 1 \text{ m.}$$

Γ2. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος που έχει δημιουργηθεί στη χορδή είναι:

$$y = 2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \frac{2\pi t}{T}$$

Για $x = 0$ παίρνουμε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης για το σημείο O:

$$y_0 = 2A \sin \frac{2\pi x_0}{\lambda} \cos \frac{2\pi t}{T} = 2A \sin 0 \cos \frac{2\pi t}{T} \rightarrow y_0 = 2A \cos \frac{2\pi t}{T}.$$

Όμως τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,1 \text{ s}$ η φάση του σημείου O είναι ίση, όπως μπορούμε να δούμε από το διάγραμμα, με $\varphi_0 = \pi \text{ rad}$. Επομένως:

$$\varphi_0 = \frac{2\pi t}{T} \rightarrow \pi = \frac{2\pi \cdot 0,1}{T} \rightarrow \pi T = 0,2\pi \rightarrow \pi T = 0,2\pi \rightarrow T = 0,2 \text{ s.}$$

Η ταχύτητα διάδοσης των αρχικών κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα είναι: $v_0 = \frac{\lambda}{T} \rightarrow v_0 = 4 \text{ m/s}$

Γ3. Αφού το σημείο P απέχει οριζόντια απόσταση $0,1 \text{ m}$ από το άκρο Λ της χορδής, βρίσκεται στη θέση $x_P = 1 \text{ m} - 0,1 \text{ m} = 0,9 \text{ m}$. Για το πλάτος ταλάντωσης του σημείου P θα ισχύει:

$$A_P = 2A \left| \sin \frac{2\pi x_P}{\lambda} \right| = 2A \left| \sin \frac{2\pi \cdot 0,9}{0,8} \right| = 2A \left| \sin \frac{\pi}{4} \right| \rightarrow A_P = 2A \frac{\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2}.$$

Όμως $A_P = 0,2 \text{ m}$, οπότε το πλάτος των αρχικών κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα είναι: $0,2 = A\sqrt{2} \rightarrow A = 0,1\sqrt{2} \text{ m}$.

Επειδή τώρα το σημείο O είναι κοιλία, οι ακραίες θέσεις της ταλάντωσης του θα απέχουν: $d = 2A_0 = 2(2A) \rightarrow d = 0,4\sqrt{2} \text{ m}$.

Γ4. Για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα με διπλάσιο αριθμό δεσμών, θα πρέπει να υπάρχουν συνολικά στο στάσιμο κύμα 6 δεσμοί. Για το νέο μήκος κύματος λ' των αρχικών κυμάτων θα ισχύει:

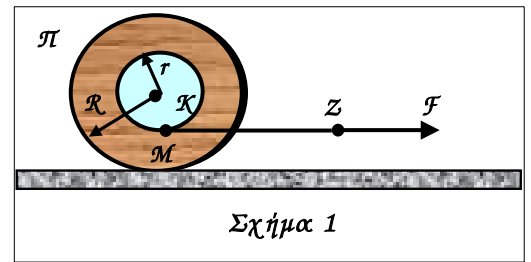
$$L = \frac{\lambda}{4} + 5\frac{\lambda}{2} \rightarrow \lambda' = \frac{4L}{11} = \frac{4}{11} \text{ m.}$$

Επειδή το μέσο διάδοσης είναι ίδιο, η ταχύτητα διάδοσης των τρεχόντων κυμάτων δεν θα αλλάξει. Άρα:

$$v_8 = \dot{\theta} \rightarrow 4 \text{ m/s} = \frac{4}{11} f' \rightarrow \mathbf{f' = 11 \text{ Hz.}}$$

Θέμα Δ

Δ1) Το κέντρο μάζας του στερεού μετατοπίζεται προς τα δεξιά και σύμφωνα με την εκφώνηση κυλίεται, άρα το στερεό κυλίεται δεξιόστροφα. Επειδή το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στην επιφάνεια του κυλίνδρου όλα τα σημεία του θα έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα άρα για το σημείο εφαρμογής Z της δύναμης και το σημείο M ισχύει:



$$v_Z = v_M = v_{cm} - v_{v(M)} = \omega R - \omega \frac{R}{2} = \omega \frac{R}{2} \rightarrow v_Z = \frac{v_{cm}}{2} \rightarrow \mathbf{v_Z = 0,5 \text{ m/s.}}$$

$$L_K = I_K \omega = \frac{1}{4} M_1 R^2 \frac{v_{cm}}{R} = \frac{1}{4} M_1 R v_{cm} \rightarrow L_K = 0,1 \text{ Kg m}^2/\text{s.}$$

Δ2) Επειδή το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στις επιφάνειες της τροχαλίας και του κυλίνδρου, όλα τα σημεία του έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα. Άρα το μέτρο της ταχύτητας v_Σ του σώματος Σ θα είναι ίσο με το μέτρο της ταχύτητας του σημείου M του στερεού Π, δηλαδή:

$$v_\Sigma = v_M = v_{cm} - v_{v(M)} = \omega R - \omega \frac{R}{2} = \omega \frac{R}{2} \rightarrow v_\Sigma = \frac{v_{cm}}{2}$$

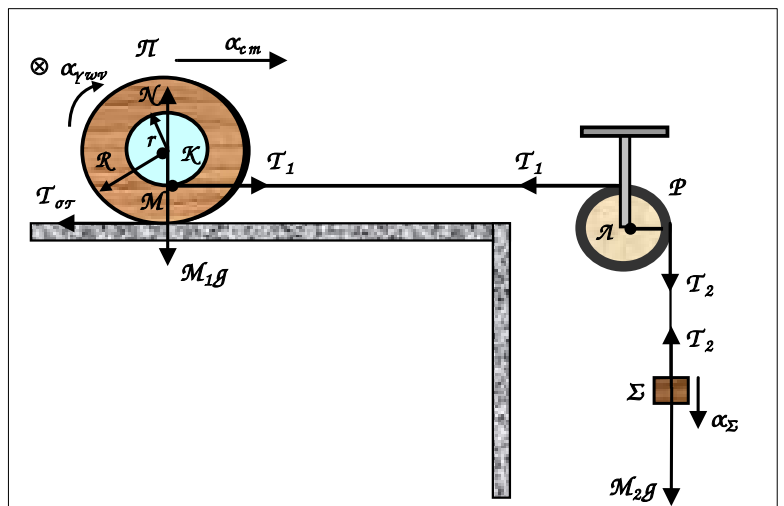
και η επιτάχυνση a_Σ του σώματος Σ θα έχει μέτρο:

$$a_\Sigma = \frac{dv_\Sigma}{dt} = \frac{dv_{cm}}{2 dt} = \frac{1}{2} \frac{dv_{cm}}{dt} = \frac{a_{cm}}{2} \rightarrow \mathbf{a_\Sigma = \frac{a_{cm}}{2} \rightarrow a_{cm} = 2a_\Sigma \quad (1)}$$

Το στερεό Π εκτελεί μια ομαλά επιταχυνόμενη σύνθετη κίνηση που μπορεί να μελετηθεί ως επαλληλία μιας μεταφορικής και μιας περιστροφικής. Εφαρμόζουμε:

► το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική του κίνηση:

$$\Sigma \mathbf{F}^r = M_1 \mathbf{a}_{cm}^r \rightarrow T_1 - T_{στ} = M_1 a_{cm} \quad (2)$$



► και τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη περιστροφική του κίνηση:

$$\Sigma \tau_{(K)} = I_K \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow$$

$$T_{\sigma\tau} R - T_1 \frac{R}{2} = \frac{1}{4} M_1 R^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow T_{\sigma\tau} - \frac{T_1}{2} = \frac{1}{4} M_1 R \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (3)$$

Επειδή το στερεό κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}$
R (4)

Η σχέση (3) λόγω των σχέσεων (1) και (4) γίνεται:

$$T_{\sigma\tau} - \frac{T_1}{2} = \frac{1}{4} M_1 \alpha_{cm} = \frac{1}{4} M_1 2\alpha_{\Sigma} \quad (5)$$

Προσθέτοντας τις (2) και (5) κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{T_1}{2} = \frac{5}{4} M_1 2\alpha_{\Sigma} \rightarrow T_1 = 5 M_1 \alpha_{\Sigma} \quad (6)$$

Η τροχαλία είναι αμελητέας μάζας άρα $I_{\tau\rho} = 0$. Από τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για την τροχαλία παίρνουμε:

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \rightarrow T_1 r_{\tau\rho} - T_2 r_{\tau\rho} = 0 \rightarrow T_1 = T_2 \quad (7)$$

Το σώμα Σ εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

$$\Sigma F^r = M_2 \overset{r}{a}_{\Sigma} \rightarrow M_2 g - T_2 = M_2 \alpha_{\Sigma} \quad (8)$$

Από τις σχέσεις (6) και (8) λόγω της (7) παίρνουμε:

$$\begin{aligned} M_2 g - 5 M_1 \alpha_{\Sigma} &= M_2 \alpha_{\Sigma} \rightarrow M_2 g = (5M_1 + M_2) \alpha_{\Sigma} \rightarrow 20 = (10 + 2)\alpha_{\Sigma} \\ \rightarrow \alpha_{\Sigma} &= \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \text{ m/s}^2 \text{ και } \alpha_{cm} = 2\alpha_{\Sigma} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

Δ3) Το Σ έχει πέσει κατά $\Delta y_{\Sigma} = 4 \text{ m}$ τη χρονική στιγμή:

$$\Delta y_{\Sigma} = \frac{1}{2} a_{\Sigma} t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2\Delta y_{\Sigma}}{a_{\Sigma}}}$$

Αυτή τη στιγμή η γωνιακή μετατόπιση του στερεού Π είναι:

$$\Delta \theta = \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} t^2 \rightarrow \Delta \theta = \frac{1}{2} \frac{\alpha_{cm}}{R} \frac{2\Delta y_{\Sigma}}{\alpha_{\Sigma}} = \frac{2\alpha_{\Sigma} \Delta y_{\Sigma}}{\alpha_{\Sigma} R} = 20 \text{ rad.}$$

Άρα ο αριθμός των περιστροφών που έχει κάνει το στερεό Π στο χρονικό διάστημα που χρειάστηκε το σώμα Σ για να κατέβει κατά $\Delta y_{\Sigma} = 2 \text{ m}$ είναι:

$$N = \frac{\Delta \theta}{2\pi} = \frac{20}{2\pi} = \frac{10}{\pi} \rightarrow N = \frac{10}{\pi} \text{ περιστροφές}$$

Η μετατόπιση του στερεού Π στο χρονικό διάστημα που χρειάσθηκε το σώμα Σ να κατέβει κατά $\Delta y_{\Sigma} = 2 \text{ m}$ είναι:

$$\Delta x_{\Pi} = \frac{1}{2} a_{\text{cm}} t^2 \rightarrow \Delta x_{\Pi} = 4 \text{ m.}$$

$$\begin{aligned} \Delta 4) \quad \frac{dK}{dt} \Big|_{\Pi} &= \frac{dK}{dt} \Big|_{\mu\epsilon\tau.} + \frac{dK}{dt} \Big|_{\pi\epsilon\rho.} = \frac{dW_{\sigma\lambda}}{dt} \Big|_{\mu\epsilon\tau.} + \frac{dW_{\sigma\lambda}}{dt} \Big|_{\pi\epsilon\rho.} = \frac{\Sigma F_{\chi} d\chi}{dt} + \frac{\Sigma \tau_{\kappa} d\theta}{dt} \\ &\xrightarrow[\omega = \frac{d}{dt}]{v_{\text{cm}} = \frac{R}{dt}} \frac{dK}{dt} \Big|_{\Pi} = M_1 a_{\text{cm}} v_{\text{cm}} + I_K \alpha_{\gamma\omega\nu} \omega = M_1 a_{\text{cm}} a_{\text{cm}} t + \frac{1}{4} M_1 R^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \alpha_{\gamma\omega\nu} t \\ &\xrightarrow[\alpha_{\gamma\omega\nu} = \alpha - \frac{R}{dt}]{\omega = \frac{d}{dt}} \frac{dK}{dt} \Big|_{\Pi} = M_1 a_{\text{cm}}^2 t + \frac{1}{4} M_1 a_{\text{cm}}^2 t = \left(2 \frac{100}{9} + \frac{1}{4} 2 \frac{100}{9} \right) t \\ &\rightarrow \frac{dK}{dt} \Big|_{\Pi} = \frac{250}{9} \text{ t.} \end{aligned}$$