

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΑΒΒΑΤΟ 8 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. ΘΕΩΡΙΑ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ.

A2. ΘΕΩΡΙΑ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ.

A3. α) Σ

β) Λ

γ) Σ

δ) Σ

ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. $|\alpha|=4, |\beta|=2, (\vec{\alpha}, \vec{\beta})=\frac{\pi}{3}$ οπότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| |\vec{\beta}| \cos \frac{\pi}{3} = 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 4$

B2. $\vec{\alpha} \perp \vec{\gamma} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma} = 0 \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot (\vec{\alpha} + \kappa \vec{\beta}) = 0 \Leftrightarrow$

$$\vec{\alpha}^2 + \kappa \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0 \Leftrightarrow |\vec{\alpha}|^2 + \kappa \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$16 + \kappa \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow \kappa = -4$$

B3. i) Για $\kappa = -4$ είναι $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - 4\vec{\beta}$ οπότε

$$|\vec{\gamma}|^2 = \vec{\gamma}^2 = (\vec{\alpha} - 4\vec{\beta})^2 = \vec{\alpha}^2 - 8\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + 16\vec{\beta}^2 =$$

$$= |\vec{\alpha}|^2 - 8 \cdot 4 + 16|\vec{\beta}|^2 =$$

$$=16-32+16\cdot 4$$

$$=48 \text{ άρα } |\vec{\gamma}|=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$$

$$\text{ii) } \cos(\vec{\beta}, \vec{\gamma}) = \frac{\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma}}{|\vec{\beta}| |\vec{\gamma}|} = \frac{\vec{\alpha} \vec{\beta} - 4|\vec{\beta}|^2}{2 \cdot 4\sqrt{3}} = \frac{4-16}{2 \cdot 4 \cdot \sqrt{2}} = \frac{-12}{8\sqrt{3}} = \frac{-3}{2\sqrt{3}} = \frac{-3\sqrt{3}}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{άρα } (\widehat{\vec{\beta}, \vec{\gamma}}) = 150^\circ.$$

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1. A(2\lambda-1, 3\lambda+2) \lambda \in \mathbb{R}$$

$$\text{Είναι } \begin{cases} x=2\lambda-1 \\ y=3\lambda+2 \end{cases} \begin{cases} 3x=6\lambda-3 \\ -2y=-6\lambda-4 \end{cases} \begin{cases} 3x-2y+7=0 \\ 3x-2y=-7 \end{cases}$$

Άρα τα σημεία A βρίσκονται στην ευθεία $3x-2y+7=0$

$\Gamma 2.$

i. Αν $\lambda=1$ είναι $A(2\lambda-1, 3\lambda+2)$ ή $A(1, 5)$, $B(1, 2)$, $\Gamma(2, 3)$

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\vec{AB}, \vec{A\Gamma})|$$

$$\bullet \vec{AB} = (0, -3)$$

$$\bullet \vec{A\Gamma} = (1, -2)$$

$$\det(\vec{AB}, \vec{A\Gamma}) = \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 0 + 3 = 3$$

$$\text{Άρα } (AB\Gamma) = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2} \text{ τ. μονάδες}$$

ii. Ο κύκλος εφάπτεται στην $B\Gamma$ άρα $p=d(A, B\Gamma)$

$$\bullet \lambda_{B\Gamma} = \frac{3-2}{2-1} = 1 \text{ και } B\Gamma: y-2=1(x-1) \Rightarrow B\Gamma: y=x-1+2 \Rightarrow B\Gamma: y=x+1 \Rightarrow$$

$$B\Gamma: x-y+1=0 \text{ άρα } p = \frac{|1-5+1|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ οπότε } C: (x-1)^2 + (y-5)^2 = \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{9}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. A=-4, B=0, \Gamma=\Lambda$$

$$A^2+B^2-4\Gamma=16+0-4=12>0$$

$$\text{Άρα } K\left(\frac{-4}{2}, 0\right) \text{ ή } K(2, 0)$$

$$\text{και } \rho = \frac{\sqrt{12}}{2} = \sqrt{3}$$

Δ2. Το A (1, λ) ανήκει και στις δύο γραμμές άρα επαληθεύει:

$$c_1: 1^2 + \lambda^2 - 4 \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda^2 = 2 \Leftrightarrow \lambda = \pm \sqrt{2} \\ \lambda > 0 \end{array} \right\} \lambda = \sqrt{2}$$

άρα το A(1, $\sqrt{2}$) ανήκει στην παραβολή $(\sqrt{2})^2 = 2 \cdot \rho \cdot 1 \Rightarrow \rho = 1$

$$\text{άρα } E\left(\frac{1}{2}, 0\right) \text{ και } \delta: x = -\frac{1}{2}$$

Δ3. Η εξίσωση εφαπτομένης της c_2 είναι

$$y \cdot y_1 = p(x + x \cdot 1) \Rightarrow y \cdot \sqrt{2} = 1(x + 1) \Rightarrow$$

$$\varepsilon: x - \sqrt{2}y + 1 = 0$$

Δ4. Πρέπει: $d(\kappa, \varepsilon) = \sqrt{3}$

$$\text{Είναι } d(\kappa, \varepsilon) = \frac{|1 \cdot 2 - \sqrt{2} \cdot 0 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-\sqrt{2})^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} = \rho$$