

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΑΒΒΑΤΟ 8 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να δείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου $C: x^2 + y^2 = r^2$ σε ένα σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $x \cdot x_1 + y \cdot y_1 = r^2$.

Μονάδες 9

A2. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{a}$ και $\vec{b}$.

Μονάδες 6

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν είναι λανθασμένη.

α) Κάθε εξίσωση της μορφής $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ παριστάνει ευθεία.

β) Ο συντελεστής διεύθυνσης λ μίας ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ με $y_1 \neq y_2$ είναι $\lambda = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$.

γ) Η εξίσωση της κατακόρυφης ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ είναι $x = x_0$.

δ) Αν οι ευθείες ε_1 και ε_2 έχουν συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 αντιστοίχως, τότε $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow 1 + \lambda_1 \lambda_2 = 0$.

ε) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $(AB\Gamma) = |\det(\vec{AB}, \vec{AG})|$.

Μονάδες 5x2

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύει $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 4$, $\vec{\gamma} = \vec{a} + \kappa\vec{b}$ με $\kappa \in \mathbb{R}$ και $(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$.

B1. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

Μονάδες 5

B2. Να υπολογίσετε το $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε $\vec{\alpha} \perp \vec{\gamma}$.

Μονάδες 7

B3. Για $\kappa = -4$

i. Να υπολογίσετε το $|\vec{\gamma}|$.

Μονάδες 7

ii. Να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ένα τρίγωνο με κορυφές $A(2\lambda-1, 3\lambda+2)$, $B(1, 2)$ και $\Gamma(2, 3)$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$ με $\lambda \neq -2$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι το σημείο A κινείται σε ευθεία, καθώς το λ μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 8

Γ2. Εάν $\lambda=1$, να βρείτε:

i. Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 8

ii. Την εξίσωση του κύκλου, που έχει κέντρο την κορυφή $A(1, 5)$ και εφάπτεται στην ευθεία $B\Gamma$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ο κύκλος $C_1: x^2+y^2-4x+1=0$ και η παραβολή $C_2: y^2=2px$.

Δ1. Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου C_1 .

Μονάδες 8

Δ2. Αν ο κύκλος C_1 και η παραβολή C_2 τέμνονται στο σημείο $A(1, \lambda)$, $\lambda > 0$:

i. Να βρείτε την εστία και την διευθετούσα της παραβολής C_2 .

Μονάδες 6

ii. Να βρείτε την εφαπτομένη ε της παραβολής C_2 στο σημείο A .

Μονάδες 6

iii. Να δείξετε ότι η ευθεία ε του προηγούμενου ερωτήματος εφάπτεται στο κύκλο C_1 .

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ(για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιό σας και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ