

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΑΒΒΑΤΟ 14 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2018

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύει: $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$.

Μονάδες 10

A2. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν είναι λανθασμένη.

i. Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύει $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$.

ii. Αν $\vec{i}, \vec{j}$ είναι τα μοναδικά διανύσματα τότε $\vec{i} \cdot \vec{j} = -1$.

iii. Η παραβολή $x^2 = 2p \cdot y$, $p \neq 0$ έχει διευθετούσα την ευθεία $x = \frac{-p}{2}$.

iv. Ο κύκλος με εξίσωση $(x-1)^2 + (y-\lambda)^2 = (\lambda-1)^2$, $\lambda \neq 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$ έχει ακτίνα $p = \lambda - 1$.

v. Όλες οι ευθείες με εξίσωση $y = \lambda x$, $\lambda \in \mathbb{R}$ διέρχονται από το ίδιο σταθερό σημείο.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα, $\vec{u} = (-2, 5)$, $\vec{v} = (2, 0)$ και $\vec{B\Gamma} = \vec{u} + \vec{v}$, $\vec{AB} = 6\vec{v}$ και το σημείο $A(-1, -2)$.

B1. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{B\Gamma}$, $\vec{A\Gamma}$ και $\vec{AB}$.

Μονάδες 10

B2. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων B και Γ.

Μονάδες 10

B3. Να δείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ σχηματίζουν ορθογώνιο τρίγωνο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το τρίγωνο ABΓ με κορυφές A(2λ-1, 3λ+2), B(1, 2) και Γ(2, 3) όπου $\lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda \neq -2$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι το σημείο A κινείται σε ευθεία, καθώς το λ μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 9

Γ2. Αν $\lambda=1$ να βρείτε:

i. Το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

Μονάδες 8

ii. Την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο την κορυφή A(1, 5) και εφάπτεται στην ευθεία BΓ.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + y^2 + (1 - 2)x + (1 + 4)y + 4 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 7

Δ2. Να δείξετε ότι τα κέντρα των κύκλων κινούνται σε ευθεία της οποίας να βρεθεί η εξίσωση.

Μονάδες 6

Δ3. Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής C που έχει άξονα συμμετρίας τον x'x και εστία το κέντρο του κύκλου που ορίζεται από την σχέση (1) για $\lambda = -4$.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής C στο σημείο της A(1, $2\sqrt{3}$).

Μονάδες 6

ΟΔΗΓΙΕΣ(για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιό σας και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ