

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 4 ΜΑΪΟΥ 2019
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

- A1. δ
A2. δ
A3. γ
A4. β
A5. α) Σ β) Σ γ) Λ δ) Λ ε) Σ

Θέμα Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η (α)

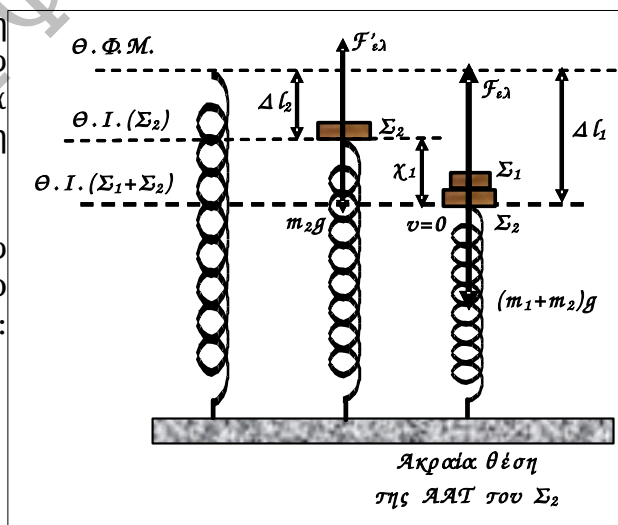
Όταν αφαιρέσουμε το Σ_1 , το Σ_2 εκτελεί Α.Α.Τ. γύρω από μια νέα θέση ισορροπίας $\Theta.Ι.(\Sigma_2)$ η οποία απέχει από την αρχική θέση ισορροπίας $\Theta.Ι.(\Sigma_1 + \Sigma_2)$ κατά χ_1 .

Όμως επειδή στην αρχική θέση ισορροπίας $\Theta.Ι.(\Sigma_1 + \Sigma_2)$ η ταχύτητα του Σ_2 είναι μηδέν η θέση αυτή είναι ακραία θέση για την ΑΑΤ του Σ_2 , της οποίας η άλλη ακραία θέση είναι η $\Theta\Phi\mathcal{M}$.

Άρα $A = \Delta l_2 = \chi_1$.

Στη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου $\Delta l_{\max} = \Delta l_1 = \Delta l_2 + x_1 = 2A$ το ζητούμενο πηλίκο είναι:

$$\frac{E_{\text{ταλ}}}{U_{\varepsilon\lambda}} = \frac{\frac{1}{2}kA^2}{\frac{1}{2}k\Delta l_{\max}^2} = \frac{A^2}{(2A)^2} = \frac{1}{4}$$



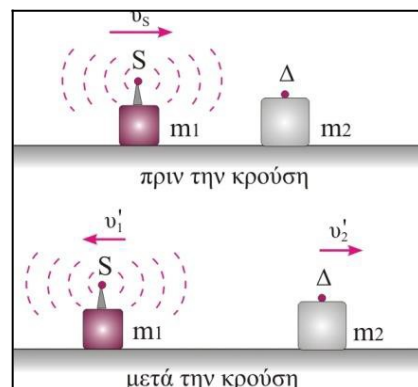
B2. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Στην περίπτωση της μετωπικής ελαστικής κρούσης όταν το σώμα μάζας m_2 είναι ακίνητο πριν τη κρούση ($v_2 = 0$) οι ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} v_1' &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_s = \frac{m_1 - 3m_1}{m_1 + 3m_1} \frac{v_{\eta\kappa}}{5} \rightarrow v_1' = -\frac{v_{\eta\kappa}}{10} \quad \text{και} \\ v_2' &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_s = \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1} \frac{v_{\eta\kappa}}{5} \rightarrow v_2' = \frac{v_{\eta\kappa}}{10} \end{aligned}$$

Πριν την κρούση ο δέκτης καταγράφει ηχητικό κύμα με συχνότητα:

$$f_1 = \frac{v_{\eta\kappa}}{v_{\eta\kappa} - v_s} \quad f_s = \frac{v_{\eta\kappa}}{v_{\eta\kappa} - \frac{v_{\eta\kappa}}{5}} \quad f_s = \frac{5}{4} f_{\eta\kappa} \quad f_s \rightarrow f_1 = \frac{5}{4} f_s.$$



Μετά την κρούση ο δέκτης καταγράφει ηχητικό κύμα με συχνότητα:

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{v_{\eta\kappa} - v_2'}{v_{\eta\kappa} + |v_1'|} \quad f_s = \frac{v_{\eta\kappa} - \frac{v_{\eta\kappa}}{10}}{v_{\eta\kappa} + \frac{v_{\eta\kappa}}{10}} \quad f_s \rightarrow f_2 = \frac{9}{11} f_s. \\ \frac{f_1}{f_2} &= \frac{\frac{5}{4} f_s}{\frac{9}{11} f_s} = \frac{55}{36} \end{aligned}$$

Άρα: $\frac{55}{36}$.

B3. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2 του

οριζόντιου σωλήνα: $\rho v_1^2 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho_2 \frac{1}{2} v_2^2$ (1)

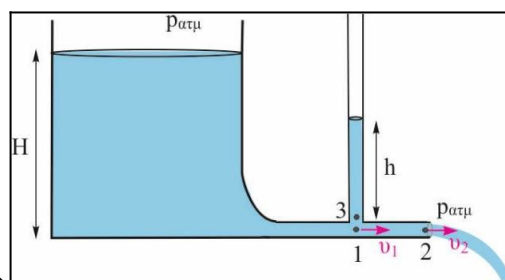
Ο οριζόντιος σωλήνας είναι σταθερής διατομής άρα από την εξίσωση της συνέχειας προκύπτει:

$$A v_1 = A v_2 \rightarrow v_1 = v_2.$$

Οπότε από την (1) παίρνουμε: $p_1 = p_2$ (2)

Στο σημείο 2 το νερό εξέρχεται στην ατμόσφαιρα, άρα $p_2 = p_{\text{atm}}$ (3).

Το σημείο 3 βρίσκεται στη βάση της κατακόρυφης στήλης νερού που ισορροπεί, άρα από την θεμελιώδη εξίσωση της υδροστατικής έχουμε: $p_3 = p_{\text{atm}} + \rho gh$.



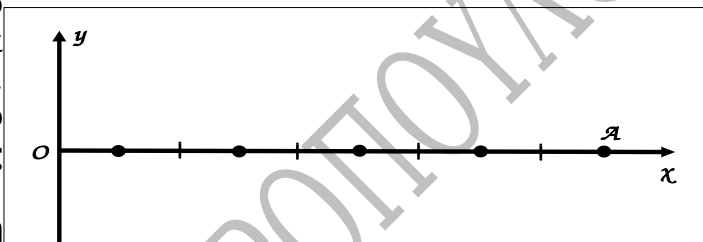
Επειδή μεταξύ του σημείου 1 και 3 δεν υπάρχει κίνηση ρευστού, τα δύο σημεία έχουν την ίδια πίεση $p_1 = p_3 = p_{\text{atm}} + \rho gh$ (4).

Από τις σχέσεις (2), (3) και (4) προκύπτει:

$$p_{\text{atm}} + \rho gh = p_{\text{atm}} \rightarrow \rho gh = 0 \rightarrow \mathbf{h = 0}.$$

Θέμα Γ

(Γ1) Σύμφωνα με την εκφώνηση, στο άκρο Ο με $x = 0$ έχουμε κοιλία και στο άκρο Α με $x = L$ (κι εφόσον αυτό είναι ακλόνητα στερεωμένο) θα έχουμε δεσμό. Συμπεριλαμβανομένου του άκρου Ο, έχουμε συνολικά 5 κοιλίες, όπως απεικονίζεται στο σχήμα:



Επίσης κατά την εκφώνηση, η απόσταση μεταξύ μιας κοιλίας και του πλησιέστερου σε αυτήν δεσμού ισούται με $\frac{\lambda}{4} = 0,1 \text{ m}$. Όπως λοιπόν προκύπτει απ' το σχήμα, είναι: $L = 9 \frac{\lambda}{4} \rightarrow \mathbf{L = 0,9 \text{ m}}$.

(Γ2) Το υλικό σημείο που βρίσκεται στην αρχή Ο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές ανά δευτερόλεπτο. Δεδομένου ότι σε κάθε ταλάντωση διέρχεται δύο φορές από τη θέση ισορροπίας του θα εκτελεί $N = 5$ ταλαντώσεις ανά δευτερόλεπτο. Άρα:

$$f = \frac{N}{\Delta t} = 5 \text{ Hz}.$$

Δίνεται ακόμη ότι η απόσταση των ακραίων θέσεων ταλάντωσης του Ο (που είναι κοιλία) ισούται με $d = 0,1 \text{ m}$. Όμως είναι $d = 2A_K$, οπότε $A_K = 0,05 \text{ m}$.

Επειδή το άκρο Ο είναι κοιλία, η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 2A_K \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

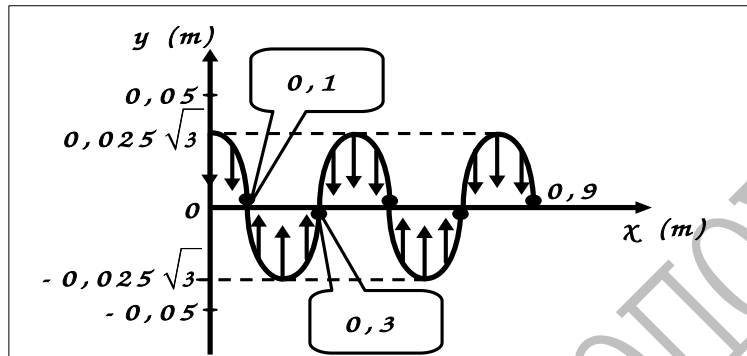
$$\text{ή } \mathbf{y = 0,05 \sin(5\pi x) \eta\mu(10\pi t) \text{ (S.I.)}}$$

(Γ3) Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{1}{5} \text{ s}$ η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 0,05 \sin(5\pi x) \eta\mu\left(10\pi \frac{1}{5}\right) = 0,05 \sin(5\pi x) \eta\mu\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 0,05 \sin(5\pi x) \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow$$

$$\mathbf{y = 0,025\sqrt{3} \sin(5\pi x) \text{ (} x \text{ σε m).}}$$

Για $x = 0$: $y_0 = 0,025\sqrt{3} \text{ m}$ και
 $v_0 = \omega 2A \sin \frac{\pi}{3} = 10\pi 0,05 \frac{1}{2} = -0,25\pi \text{ m/s}$.
 Το ζητούμενο στιγμιότυπο φαίνεται στο σχήμα.



Στο σχήμα φαίνεται και η φορά της ταχύτητας των υλικών σημείων αφού αυτά δεν βρίσκονται στις ακραίες θέσεις τους όπου $v = 0$.

(Γ4) Η εξίσωση ταλάντωσης του σημείου Ο της χορδής είναι:

$$y_0 = 0,05 \eta\mu(10\pi t) \rightarrow 0,025 = 0,05 \eta\mu(10\pi t) \rightarrow \eta\mu(10\pi t) = \frac{0,025}{0,05} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

Η εξίσωση ταλάντωσης του υλικού σημείου Μ της χορδής είναι:

$$y_M = 0,05 \sin(5\pi 0,55) \eta\mu(10\pi t) = 0,05 \sin(2,75\pi) \eta\mu(10\pi t) \rightarrow$$

$$y_M = 0,05 \sin\left(3\pi - \frac{\pi}{4}\right) \eta\mu(10\pi t) = 0,05 \frac{\sqrt{2}}{2} \eta\mu(10\pi t) \rightarrow$$

$$y_M = -0,025\sqrt{2} \eta\mu(10\pi t) \xrightarrow{\omega} y_M = -0,025\sqrt{2} \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$y_M = -0,0125\sqrt{2} \text{ m}$$

Θέμα Δ

Δ1) Το σώμα (Σ_1) κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση, άρα:

$$\Sigma F^r = m_1 a_{cm}^r \rightarrow m_1 g - T = m_1 a_1 \quad (1)$$

Η τροχαλία κάνει ομαλά επιταχυνόμενη περιστροφική κίνηση, άρα:

$$\Sigma \tau_{(K)} = I_{cm} \alpha_{γων} \rightarrow T R = \frac{1}{2} m_2 R^2 \alpha_{γων} \rightarrow T = \frac{1}{2} m_2 R \alpha_{γων} \quad (2)$$

Επειδή το νήμα είναι αβαρές, μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια της τροχαλίας, όλα τα σημεία του θα έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα άρα και την ίδια επιτάχυνση, δηλαδή: $\alpha_1 = \alpha_{γων} R$ (3)

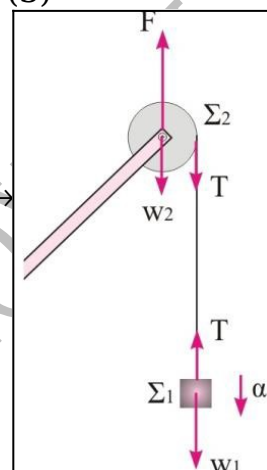
Από τις σχέσεις (1) και (2) λόγω της (3) παίρνουμε:

$$m_1 g - T + T = m_1 \alpha_1 + \frac{1}{2} m_2 \alpha_1 \rightarrow m_1 g = m_1 \alpha_1 + \frac{1}{2} m_2 \alpha_1 \rightarrow 10 = \alpha_1 + \alpha_1 \rightarrow \alpha_1 = 5 \text{ m/s}^2.$$

Το σώμα Σ_1 συγκρούεται με το Σ_3 , αφού καλύψει την απόσταση $h = 0,4\text{m}$ μετά από χρόνο t :

$$h = \frac{1}{2} a_1 t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a_1}} = \sqrt{\frac{0,8}{5}} = \sqrt{0,16} \rightarrow t = 0,4 \text{ s.}$$

με ταχύτητα μέτρου: $v_1 = \alpha_1 t \rightarrow v_1 = 2 \text{ m/s.}$



Δ2) Η τροχαλία ισορροπεί μεταφορικά άρα: $\Sigma F = 0 \rightarrow F = m_2 g + T$ (4)

Από τη σχέση (2) λόγω της (3) παίρνουμε: $T = \frac{1}{2} m_2 \alpha_1 = 5 \text{ N.}$
Οπότε: **F = 25 N.**

Δ3) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας είναι:

$$\frac{dK_{\text{κι}}}{dt} = \frac{dW_T}{dt} = \frac{\tau_T d\theta}{dt} \quad \omega_1 = \frac{\theta}{dt} \rightarrow \frac{dK_{\text{κι}}}{dt} = T R \omega_1 \quad \underline{v = \omega R}$$

$$\frac{dK_{\text{κι}}}{dt} = T v_1 = 5 \cdot 2 \rightarrow \frac{dK_{\text{κι}}}{dt} = 10 \text{ J/s.}$$

Δ4) Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα κάνει ΑΑΤ με $D = k = (m_1 + m_3)\omega^2 \rightarrow$

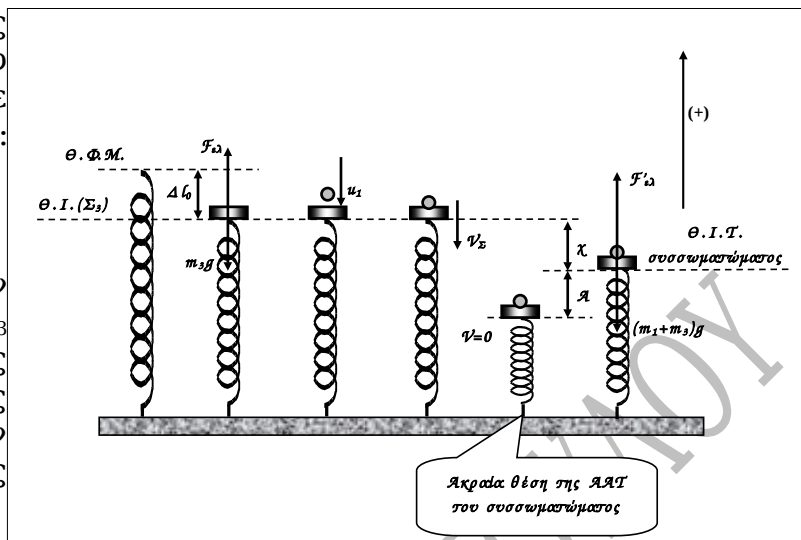
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_3}} = \sqrt{\frac{100}{1 + \frac{1}{3}}} = \sqrt{\frac{300}{4}} \rightarrow \omega = 5\sqrt{3} \text{ rad/s.}$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$\chi = A \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \quad (5)$$

Εφαρμόζουμε

συνθήκες ισορροπίας στην θέση ισορροπίας (ΘΙ) του Σ_3 και στη θέση ισορροπίας (ΘΙΤ) του συσσωματώματος για να υπολογίσουμε την απόσταση χ ανάμεσα στις δύο θέσεις.



$$\Theta.I.(\Sigma_3): \Sigma^r F = 0 \rightarrow F_{ελ} = m_3 g \rightarrow k \Delta \ell_0 = m_3 g \rightarrow \Delta \ell_0 = \frac{m_3 g}{k} = \frac{1}{30} m$$

$$\Theta.I.T.(\text{Συσσωματώματος}): \Sigma^r F = 0 \rightarrow F'_{ελ} = (m_1 + m_3)g \rightarrow$$

$$k(\Delta \ell_0 + \chi) = (m_1 + m_3)g \rightarrow \frac{100}{30} + 100 \chi = \frac{40}{3} \rightarrow 100 \chi = 10 \rightarrow \chi = 0,1 m.$$

Για την πλαστική κρούση εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής και υπολογίζουμε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος V_Σ , αμέσως μετά την κρούση:

$$p_{\text{αρχ}}^r = p_{\text{τελ}}^r \rightarrow m_1 u_1 = (m_1 + m_3)V_\Sigma \rightarrow 2 = (\frac{1}{3} + 1)V_\Sigma \rightarrow V_\Sigma = 1,5 m/s$$

Με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του συσσωματώματος, μεταξύ της θέσης αμέσως μετά την κρούση, η οποία απέχει χ από τη ΘΙΤ του συσσωματώματος και της ακραίας θέσης, βρίσκουμε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος:

$$\text{ΑΔΕΤ: } K + U = E_{\text{ολ}} \rightarrow \frac{1}{2} (m_1 + m_3) V_\Sigma^2 + \frac{1}{2} k \chi^2 = \frac{1}{2} k A^2 \rightarrow$$

$$\frac{49}{34} + 100 \frac{1}{100} = 100 A^2 \rightarrow A^2 = \frac{4}{100} \rightarrow A = 0,2 m.$$

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση $\chi = 0,1 m$ και έχει αρνητική ταχύτητα. Θέτουμε στην εξίσωση της απομάκρυνσης $t = 0$ και $\chi = 0,1 m$. Έτσι η εξίσωση γίνεται:

$$0,1 m = 0,2 m \eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6}$$

Γράφουμε τις λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης:

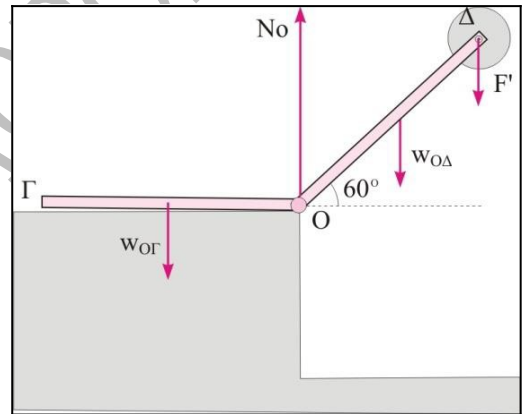
$$\varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \quad (1) \quad \text{ή} \quad \varphi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \quad (2) \quad \text{με} \quad 0 \leq \varphi_0 < 2\pi$$

Για $\kappa = 0$: (1) $\rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6}$ rad. Επειδή $V_\Sigma = V_{\max} \sin \frac{\pi}{6} > 0$ απορρίπτεται.
 (2) $\rightarrow \varphi_0 = \frac{5\pi}{6}$ rad. Επειδή $V_\Sigma = V_{\max} \sin \frac{5\pi}{6} < 0$ δεκτή

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$(5) \rightarrow \chi = 0,2 \, \eta\mu^{\frac{5\sqrt{3}}{6}} t + \frac{5}{6} \frac{\ddot{\theta}}{\ddot{\theta}} \quad (\text{S.I.})$$

Δ5. Όπως βρήκαμε στο ερώτημα Δ₂, η σανίδα ΟΔ ασκεί στον άξονα της τροχαλίας δύναμη μέτρου $F = 25 \, \text{N}$ με φορά κατακόρυφα προς τα πάνω. Σύμφωνα με τον 3^ο νόμο του Νεύτωνα και ο άξονας της τροχαλίας ασκεί στη σανίδα ΟΔ, δύναμη μέτρου $F' = 25 \, \text{N}$ κατακόρυφα προς τα κάτω. Για να μην ανατραπεί το σύστημα των σανίδων ΓΟΔ πρέπει η ροπή του βάρους της σανίδας ΟΓ, ως προς το σημείο Ο, να είναι μεγαλύτερη ή οριακά ίση από το άθροισμα των ροπών που προκαλούν το βάρος της σανίδας ΟΔ και η δύναμη F' . Στην οριακή περίπτωση που πάει να ανατραπεί το σύστημα, η δύναμη στήριξης από το τραπέζι θα ασκείται στο σημείο Ο, άρα δεν θα έχει ροπή. Έτσι έχουμε:



$$\begin{aligned} \left| \tau_{(W_{O\Gamma})}^{(O)} \right| &\geq \left| \tau_{(W_{O\Delta})}^{(O)} \right| + \left| \tau_{(F')}^{(O)} \right| \rightarrow Mg \frac{l}{2} \geq Mg \frac{l}{2} \sin 60^\circ + F' l \sin 60^\circ \rightarrow \\ Mg \frac{l}{2} &\geq Mg \frac{l}{2} \sin 60^\circ + F' l \sin 60^\circ \rightarrow Mg^2 (1 - \sin 60^\circ) \geq F' l \sin 60^\circ \rightarrow \\ Mg^2 (1 - \sin 60^\circ) &\geq F' l \sin 60^\circ \rightarrow \frac{5}{2} M \geq 25 \frac{l}{2} \rightarrow M \geq 5 \, \text{Kg}. \end{aligned}$$

Άρα η ελάχιστη τιμή της μάζας που μπορεί να έχει η κάθε μια από τις σανίδες ΟΓ και ΟΔ, ώστε το σύστημά τους να μην ανατραπεί, είναι $M_{\min} = 5 \, \text{Kg}$.