

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$, έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς x_1 και x_2 να αποδείξετε ότι:

$$x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$$

Μονάδες 9

A2. Έστω η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ και Δ η διακρίνουσα της. Να αντιστοιχίσετε κάθε αριθμό της στήλης Α με το σωστό γράμμα της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $\Delta > 0$	α. Μία διπλή ρίζα τη $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$
2. $\Delta = 0$	β. Δύο ρίζες άνισες τις $x = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$
3. $\Delta < 0$	γ. Μία διπλή ρίζα τη $x = \frac{\beta}{2\alpha}$
	δ. Αδύνατη στο $\mathbb{R}$

Μονάδες 6

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η απόσταση των αριθμών α και β δίνεται από τον τύπο $d(\alpha, \beta) = |\alpha + \beta|$

β. Η εξίσωση $x^v = \alpha$ με $\alpha < 0$ και v περιττό φυσικό αριθμό έχει μοναδική λύση την $x = -\sqrt[v]{|\alpha|}$

γ. Ισχύει $|x| > -x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

δ. Αν το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$, έχει άνισες ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς x_1 και x_2 τότε παραγοντοποιείται και είναι $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x - x_1)(x - x_2)$

ε. Αν $\gamma < 0$ τότε $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

B1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$\alpha = (\sqrt{3} + 2)^2 - (2\sqrt{3} + 1)^2$$

Μονάδες 6

B2. Να λυθεί η εξίσωση

$$\frac{|\beta + 1| + 2}{3} - \frac{|\beta + 1| - 1}{6} = \frac{5}{6}$$

Μονάδες 7

B3. Αν $\alpha = -6$ και $\beta = -1$ να κατασκευάσετε 2^ο βαθμού εξίσωση με ρίζες τους αριθμούς α και β .

Μονάδες 5

B4. Να λυθεί η ανίσωση $|x + \alpha| + \beta < 0$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $A = x^2 - 3x + 2$, $x \in \mathbb{R}$.

Γ1.

i. Να αποδείξετε ότι $A > 0$ αν $A \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ και $A < 0$ αν $x \in (1, 2)$.

Μονάδες 5

ii. Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$ για τις οποίες είναι πραγματικός αριθμός ο $\sqrt{-A}$.

Μονάδες 3

Γ2.

i. Αν $x \in [1, 2]$ να απλοποιήσετε την παράσταση $|x - 3| - |x + 3|$.

Μονάδες 7

ii. Να εξετάσετε αν έχει λύση η εξίσωση $\sqrt{-A} = |x - 3| - |x + 3|$

Μονάδες 6

Γ3. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in [1, 2]$ είναι $\sqrt{(-A)}\sqrt{(-A)^6} - A^2 = 0$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο $x^2 - (\lambda - 1)x + \lambda + 4$.

Δ1. Να δείξετε ότι η διακρίνουσα του είναι $\Delta = \lambda^2 - 2\lambda - 15$.

Μονάδες 5

Δ2. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η ανίσωση $x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda + 4 > 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 7

Δ3. Αν x_1, x_2 δύο άνισες ρίζες της εξίσωσης $x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda + 4 = 0$ να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε:

i. $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 2$

Μονάδες 8

ii. $x_1 < 0 < x_2$ και $|x_1| > |x_2|$

Μονάδες 5

Οδηγίες προς υποψηφίους

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να **μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.**
3. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
4. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
5. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό διαρκείας και μόνον ανεξίτηλης μελάνης.**
6. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ