ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΑΒΒΑΤΟ 8 ΜΑΪΟΥ 2021

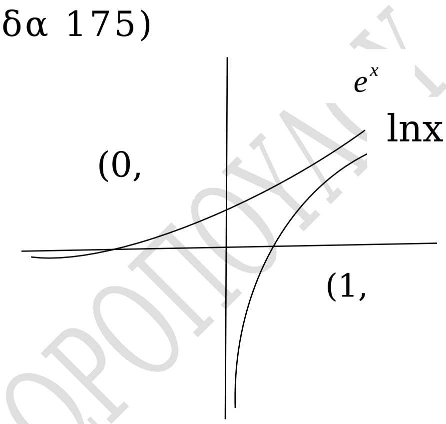
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη σχολικού βιβλίου (σελίδα 175)

Α2.

- $f(x)=e^x$
  Af= $\mathbb{R}$
  Σ.Τ.= $(0, +\infty)$
- G(x)= lnx
  Ag= $(0, +\infty)$
  Σ.Τ.= $\mathbb{R}$



$e^x > lnx$

$e^{2021} > \ln 2021$ άρα f(2021)>$g(2021)$.

Α3. α. Λ , β. Λ , γ. Σ , δ. Λ

ΘΕΜΑ Β

$f(x)=2\ \sigma\upsilon\nu\ 2x$

Β1.

1. max=2
   min=-2
   T= $\frac{2\pi}{2}$= π
2. f(x)=1 στο [0,2π]
   2συν2x=1
   συν2x=$\frac{1}{2}$
   συν2x=συν$\frac{\pi}{3}$
   2x=2κπ±$\frac{\pi}{3}$
   x= κπ ±$\frac{\pi}{6}$,$\kappa \in \mathbb{Z}$

$$0 \le x \le 2\pi \iff 0 \le \kappa\pi + \frac{\pi}{6} \le 2\pi \iff -\frac{\pi}{6} \le \kappa\pi \le 2\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$-\frac{\pi}{6} \le \kappa\pi \le \frac{11\pi}{6} \iff -\frac{1}{6} \le \kappa \le \frac{11}{6}\ ,\ \kappa \in \mathbb{Z} \Big\}\ \kappa=0\ \ \acute{\alpha}\rho\alpha\ \ x=\frac{\pi}{6}$$

$\kappa=1$ άρα x= π +$\frac{\pi}{6}$

$x=\frac{7\pi}{6}$

Για x=κπ-$\frac{\pi}{6}$,ομοίως.

3. $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=2\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{12}=2\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

$f\left(\frac{5\pi}{12}\right)=2\sigma\upsilon\nu\ 2\frac{5\pi}{12}=2\sigma\upsilon\nu\ \frac{5\pi}{6}=2\sigma\upsilon\nu\ \left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-\sqrt{3}$

$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\sigma\upsilon\nu\ 2\frac{\pi}{6}=2\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}=2\frac{1}{2}=1$

$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=2\sigma\upsilon\nu\,2\ \frac{\pi}{4}=2\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}=0$

Άρα Κ=$\frac{\sqrt{3}\left(-\sqrt{3}\right)+1}{1-0}=-3+1=-2$.

Β2. $2\sigma\upsilon\nu^3x+7\eta\mu^2x+2\sigma\upsilon\nu\,x-4=0$

$2\sigma\upsilon\nu^3x+7\left(1-\sigma\upsilon\nu^2x\right)+2\sigma\upsilon\nu\,x-4=0$

$2\sigma\upsilon\nu^3x-7\sigma\upsilon\nu^2x+2\sigma\upsilon\nu\,x+3=0$, θέτω ω=συνx

$2\omega^3x-7\omega^2x+2\omega+3=0$, ±1, ±3

Horner:

2	-7	2	3	ρ= 1
↓	2	-5	-3	
2	-5	-3	0	

(ω-1)(2$\omega^2-5\omega-3)=0 \Longleftrightarrow \omega=1$ ή $2\omega^2-5\omega-3=0$

Δ=25+24=49

ω1,2= $\frac{5\pm7}{4}\left\langle\begin{matrix}3 & \alpha\pi o\rho. \\ -\frac{1}{2} & \end{matrix}\right\rangle$

Άρα, συνx=1

συνx=συν0

x=2κπ, κ∈ℤ

ή

συνx=-$\frac{1}{2}$

συνx= -συν$\frac{\pi}{3}$

συνx= συν (π-$\frac{\pi}{3}$)

συνx=συν$\frac{2\pi}{3}$

x=2 κπ±$\frac{2\pi}{3}$, $\kappa \in \mathbb{Z}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f(x)=x^3+ax^2+\beta x+\gamma$

$f(-2)=24 \Longleftrightarrow -8+4a-2\beta+\gamma=24 \Leftrightarrow (\sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ 1)\ 4\alpha-2\beta=24 \Longleftrightarrow 2\alpha-\beta=12\ (\sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ 2)$

f(0)=8$\Longleftrightarrow \gamma=8\ (\sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ 1)$

f(1)=0$\Longleftrightarrow 1+a+\beta+8=0 \Longleftrightarrow \alpha+\beta=-9\ (\sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ 3)$

Από (2) και (3): $\left.\begin{matrix} 2\alpha-\beta=12 \\ \alpha+\beta=-9 \end{matrix}\right\}\ \alpha=1\ ,\ \beta=-10$

Ἀρα, f(x)=$x^3+x^2-10x+8$.

Γ2. α. f(x)=0$\Longleftrightarrow\ x^3+x^2-10x+8=0$

__**Horner:**__

1	1	-10	8	ρ =1
↓	1	2	-8	
1	2	-8	0	

(x-1) $(x^2+2x-8)=0 \Longleftrightarrow x=1\ \acute{\eta}\quad x^2+2x-8=0$

Δ=4+32=36

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm 6}{2}\left\langle\begin{matrix} -4 \\ 2 \end{matrix}\right.$$

β. f(x)<0$\Longleftrightarrow(x-1)\ (\ x^2$+2x-8)<0

x	−∞		−4		1		2		+∞
x−1		−		−	0	+		+	
x^2+2x-8		+	0	−		−	0	+	
f(x)		−	0	+	0	−	0	+	

$\in(-\infty\ ,-4)\cup(1,2)$

x

f(-x)=$-x^3+x^2+10x+8$

Γ3. $\frac{x+4}{f(x)} \le \frac{2}{f(x)+f(-x)-18} \iff \frac{x+4}{(x-1)(x+4)(x-2)} \le \frac{2}{2x^2+16-18}$

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)} \le \frac{2}{2(x^2-1)} \iff \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{(x-1)(x+1)} \le 0$$

($x \neq -1,1,2,-4$) $\iff \frac{x+1-(x-2)}{(x-1)(x+1)(x-2)} \le 0 \iff \frac{3}{(x-1)(x+1)(x-2)} \le 0$

x	$-\infty$		-4		-1		1		2		$+\infty$
x^2-1		+		+	0	−	0	+		+	
$x-2$		−		−		−		−	0	+	
$P(x)$		−	$\cancel{0}$	−	$\cancel{0}$	+	$\cancel{0}$	−	$\cancel{0}$	+	

$\in (-\infty,-4) \cup (-4,-1) \cup (1,2)$

x

ΘΕΜΑ Δ

f(x)=ln($e^{2x}-2e^x+3$, $g(x)=\ln 3+\ln(e^x-1)$

Δ1. $e^{2x}-2e^x+3>0 \iff (\omega=e^x)\ \omega^2-2\omega+3>0$

$\Delta=4-12<0$

$A_f=\mathbb{R}$

$e^x-1>0 \iff e^x>e^0 \Leftrightarrow x>0$

$A_g=(0,+\infty)$

Δ2. **f(x)=g(x)** $\iff \ln(e^{2x}-2e^x+3)=\ln 3(e^x-1) \Leftrightarrow e^{2x}-2e^x+3=3e^x-3 \iff e^{2x}-5e^x+6=0$

θέτω ω=e^x, $\omega^2-5\omega+6=0$ **Δ=1 ,**$\omega_{1,2}=\frac{5\pm1}{2}$

Δ3.