

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 8 ΜΑΪΟΥ 2021
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $a > 0$ με $a \neq 1$ τότε για οποιουσδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ να δείξετε ότι ισχύει :

$$\log_a (q_1 \cdot q_2) = \log_a q_1 + \log_a q_2$$

Μονάδες 7

A2. Για κάθε μία από τις συναρτήσεις $f(x) = e^x$ και $g(x) = \ln x$, να γράψετε το πεδίο ορισμού, το σύνολο τιμών και να κάνετε την γραφική παράσταση στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων. Να συγκρίνετε τις τιμές $f(2021)$ και $g(2021)$

Μονάδες 8

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστή**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή

Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η εξίσωση $\sin x + e^{-x} = 2$ είναι αδύνατη

β) Στο πολυώνιμο $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ με ακέραιους

συντελεστές, κάθε διαιρέτης του σταθερού όρου a_0 είναι ρίζα του $P(x)$.

γ) Για κάθε $\theta > 0$ και $0 < a \neq 1$ ισχύει ότι $a^{\log_a(\cdot)} = \log_a(a^\theta)$.

δ) Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = e^x$ και $g(x) = e^{-x}$ είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα $x'x$.

ε) Αν $P(2021) = 0$ τότε το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα $x + 2021$.

Μονάδες $5 \times 2 = 10$

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sin 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

B1. α) Να βρεθεί η μέγιστη τιμή, η ελάχιστη τιμή και η περίοδος της συνάρτησης $f(x)$.

Μονάδες 3

β) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 1$ στο $[0, 2\pi]$.

Μονάδες 7

$$K = \frac{f\left(\frac{\pi}{12}\right) \cdot f\left(\frac{5\pi}{12}\right) + f\left(\frac{\pi}{6}\right)}{1 - f\left(\frac{\pi}{4}\right)}$$

γ) Να βρεθεί η τιμή της παράστασης

Μονάδες 6

B2. Να λύσετε την εξίσωση $2\sin^3 x + 7\sin^2 x + 2\sin x - 4 = 0$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + g$, για την οποία ισχύουν:

- Το υπόλοιπο της διαίρεσης της $f(x)$ δια $x + 2$ είναι 24.
- Η C_f διέρχεται από το σημείο $A(0, 8)$.
- Η $f(x)$ έχει παράγοντα το $x - 1$.

Γ.1. Να δείξετε ότι: $\alpha = 1$, $\beta = -10$ και $\gamma = 8$.

Μονάδες 9

Γ.2. α) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 0$.

Μονάδες 4

β) Να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η C_f είναι κάτω από τον άξονα $x'Ox$.

Γ.3. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{x+4}{f(x)} \leq \frac{2}{f(x)+f(-x)-18}$.
Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x}-2e^x+3)$ και $g(x) = \ln 3 + \ln(e^x-1)$

Δ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των $f(x)$ και $g(x)$. **Μονάδες 8**

Δ2. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$. **Μονάδες 8**

Δ3. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 2g(x)$. **Μονάδες 9**

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιό σας και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ