

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 11 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α

A1) Επιλέξτε την σωστή απάντηση:

1. Όταν οι α, γ είναι ετερόσημοι η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$ έχει:
- A. δύο ρίζες άνισες B. διπλή ρίζα θετική
Γ. διπλή ρίζα αρνητική Δ. καμία ρίζα
Ε. δεν μπορούμε να απαντήσουμε
2. Αν $\alpha + \beta = 5$ και $\alpha\beta = 6$ τότε οι αριθμοί α, β είναι ρίζες της εξίσωσης:
- A. $x^2 + 5x + 6 = 0$ B. $x^2 - 5x + 6 = 0$ Γ. $x^2 - 5x - 6 = 0$
Δ. $x^2 + 6x - 5 = 0$ Ε. $x^2 - 6x + 5 = 0$
3. Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + 7x + 2 = 0$ τότε η παράσταση $kx_1 + kx_2, k \neq 0$ ισούται με:
- A. 7 B. -7 Γ. $7k$ Δ. $-7k$ Ε. $7k^2$

Μονάδες 2x3 = 6

A2) Τι ονομάζουμε αριθμητική πρόοδο; Να δώσετε ένα παράδειγμα.

Μονάδες 5

A3) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$, να αποδείξετε ότι το γινόμενο τους $P = x_1 \cdot x_2$ ισούται με $\frac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 8

A4) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ)

1. Αν $|x| < 2$ τότε $x > 2$ ή $x < -2$
2. $\sqrt{a^2} = a$, για κάθε $a \in \mathbb{R}$
3. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ έχει πεδίο ορισμού το σύνολο των πραγματικών αριθμών $\mathbb{R}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

B1) Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $a_1 = 6$ και $a_{12} = 94$.

α) Να βρείτε την διαφορά ω

β) Να βρείτε το άθροισμα των 100 πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου.

γ) Να κατασκευάσετε εξίσωση $2^{\text{ου}}$ βαθμού με ρίζες τους αριθμούς a_1 και ω

Μονάδες 4+4+4=12

B2) Δίνεται συνάρτηση με τύπο $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

A) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

B) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = (f(3) - f(2))(f(3) + f(2))$

Γ) Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 6|x| + A = 0$

Μονάδες 5+3+5=13

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Δίνονται οι ανισώσεις: $-x^2 + 5x - 6 < 0$ (1) και $|2x + 1| < 9$ (2).

α) Να βρεθούν οι λύσεις των ανισώσεων (1), (2).

β) Να παρασταθούν οι λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων.

Μονάδες 8 + 5 = 13

Γ2) Δίνονται οι αριθμοί 2, x , 8

Να βρείτε την τιμή του x ώστε οι αριθμοί 2, x , 8, με τη σειρά που δίνονται, να αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου. Ποιος είναι ο λόγος λ αυτής της γεωμετρικής προόδου;

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο $\lambda x^2 - (\lambda^2 + 1)x + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$.

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$.

Μονάδες 8

β) Αν x_1 , x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου, να εκφράσετε το άθροισμα $S = x_1 + x_2$ συναρτήσει του $\lambda \neq 0$ και να βρείτε την τιμή του γινομένου $P = x_1 \cdot x_2$ των ριζών

Μονάδες 5

γ) Αν $\lambda > 0$, το παραπάνω τριώνυμο έχει ρίζες θετικές ή αρνητικές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

δ) Για κάθε $\lambda > 0$, αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες του παραπάνω τριωνύμου, να αποδείξετε ότι

$$\sqrt{x_1 x_2} \leq \frac{x_1 + x_2}{2}.$$

Μονάδες 6

Οδηγίες προς υποψηφίους

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να **μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.**
3. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
4. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
5. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό διαρκείας και μόνον ανεξίτηλης μελάνης.**
6. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ