

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΑΒΒΑΤΟ 29 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2023

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1) Έστω ε η εφαπτομένη του κύκλου $C: x^2 + y^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του $A (x_1, y_1)$.

Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου C στο σημείο του A έχει εξίσωση $xx_1 + yy_1 = \rho^2$.

Μονάδες 12

A2) 1. Ποιος είναι ο συντελεστής διεύθυνσης λ μιας ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A (x_1, y_1)$, $B (x_2, y_2)$ με $x_1 \neq x_2$;

2. Πότε η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία;

3. Σε ποιο διάνυσμα είναι παράλληλη η ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$ και σε ποιο κάθετη;

Μονάδες 3

A3) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ)

1. Οι ευθείες $y = 2$ και $y = 2x$ είναι παράλληλες

2. Η εξίσωση $x^2 + y^2 + \alpha (x + y + 1) = 0$ παριστάνει κύκλο για κάθε θετικό α

3. Η ευθεία που έχει εξίσωση $y = 3$ είναι παράλληλη στη διευθετούσα της παραβολής $y^2 = 16x$

4. Κάθε σημείο της παραβολής $y^2 = 8x$ ισαπέχει από την ευθεία $x = -2$ και το σημείο $(4, 0)$

5. Το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (0, 6)$ είναι παράλληλο στον άξονα $x'x$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A (-1, 2)$, $B (3, -2)$ και $\Gamma (1, 4)$.

Να βρεθούν:

B1) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$

Μονάδες 5

B2) Η εξίσωση της πλευράς AB

Μονάδες 5

B3) Η εξίσωση του ύψους ΓΗ

Μονάδες 5

B4) Η εξίσωση της διαμέσου ΑΜ

Μονάδες 5

B5) Η εξίσωση του κύκλου με διάμετρο ΒΓ

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δίνεται ότι $|\vec{\alpha}|=1$, $|\vec{\beta}|=2$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$.

Έστω τα διανύσματα $\vec{u} = 3\vec{\alpha}$, $\vec{v} = \vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$.

Να υπολογίσετε:

Γ1) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u} \cdot \vec{v}$

Μονάδες 5

Γ2) τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$

Μονάδες 8

Γ3) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u} \cdot \vec{v}$

Μονάδες 7

Γ4) το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Δίνεται η παραβολή $y^2 = 4x$. Να βρείτε:

α. την εστία και τη διευθετούσα της παραβολής.

Μονάδες 2

β. τις ευθείες που διέρχονται από την εστία της παραβολής και απέχουν από την αρχή των αξόνων απόσταση ίση με $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Μονάδες 6

γ. την εξίσωση της εφαπτόμενης της παραβολής, που είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x - 1$.

Μονάδες 6

Δ2) Α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $x^2 + y^2 - 4x - 2ay + 2a - 4 = 0$ παριστάνει κύκλο, για κάθε $a \in \mathbb{R}$. Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.

Μονάδες 8

Β. Για ποια τιμή του $a \in \mathbb{R}$ ο παραπάνω κύκλος εφάπτεται του άξονα x' ;

Μονάδες 3

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ